

LUCAS KEN TAMURA

**SÉRIES TEMPORAIS COM VARIÁVEIS EXÓGENAS E GRÁFICOS DE
CONTROLE COMO FERRAMENTAS DE DECISÃO NO MERCADO
FINANCEIRO**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do Diploma de Engenheiro de
Produção.

**São Paulo
2013**

LUCAS KEN TAMURA

**SÉRIES TEMPORAIS COM VARIÁVEIS EXÓGENAS E GRÁFICOS DE
CONTROLE COMO FERRAMENTAS DE DECISÃO NO MERCADO
FINANCEIRO**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do Diploma de Engenheiro de
Produção.

Orientadora: Profa. Dra. Linda Lee Ho

**São Paulo
2013**

FICHA CATALOGRÁFICA

Tamura, Lucas Ken

Séries temporais com variáveis exógenas e gráficos de controle como ferramentas de decisão no mercado financeiro / L.K. Tamura. -- São Paulo, 2013.

161 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1.Análise de séries temporais 2.Análise de regressão e correlação 3.Controle estatístico de processos I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II.t.

À minha família

AGRADECIMENTOS

À Professora Linda Lee Ho, que participou diretamente da elaboração deste trabalho, por toda a paciência e dedicação durante a orientação, sempre direcionando e facilitando o aprendizado tanto teórico quanto prático.

Aos meus pais, Edison e Kumi, e meu irmão Marcel, pelo apoio e suporte incondicionais dados durante a minha vida, e pela oportunidade de estudar na Escola Politécnica.

À minha namorada Stephanie, pelo incentivo e companhia em todos os momentos.

Aos colegas da faculdade, pelas experiências vividas e compartilhadas durante estes anos na Escola Politécnica.

Aos colegas de trabalho na EOS Investimentos, por todo o aprendizado proporcionado ao longo do estágio, além do apoio para compreensão do tema e elaboração do trabalho.

Aos amigos José Henrique e André Hassin, por todo o apoio mútuo, especialmente durante este último ano.

RESUMO

O preço certamente é um dos principais fatores considerados no processo decisório de investimento no mercado financeiro. Atualmente, muitas decisões são baseadas em fundamentos econômicos, porém existem poucas ferramentas quantitativas para apoiá-las. Este trabalho propõe um método de monitoramento da média de preços através de gráficos de controle. Inicialmente, ajustam-se modelos regressivos para séries temporais de preços de ativos. Três tipos de gráficos de controle são propostos para isto: Shewhart, CUSUM e EWMA. Os limites de controle destes gráficos são determinados por simulações que satisfazem um valor fixo de ARL_0 . Em seguida, os ARL fora de controle (ARL_1) dos gráficos de controle são obtidos (também por simulação) para diferentes níveis de desvios da média, para comparar o desempenho dos três gráficos de controle. Como esperado, gráficos EWMA e CUSUM são melhores para detectar pequenos desvios, enquanto o gráfico tradicional Shewhart é melhor para desvios maiores.

Palavras- chave: preço, séries temporais, modelos regressivos, gráficos de controle.

ABSTRACT

The price is certainly one of the main factors to be considered in the decision process in the financial markets. Currently many decisions are based on economic fundamentals, but there are few quantitative tools to support them. This paper proposes a method to monitor the asset price mean using control charts. Initially, regression models are adjusted to time series of asset prices. Three types of controls charts are proposed: Shewhart, CUSUM and EWMA. The control limits of the control charts are determined by simulations such that satisfy a fixed value of ARL_0 . Then the average run lengths out of control (ARL_1) of the control charts are obtained (also by simulation) for different levels of shifts to compare the performance of the three control charts. As expected, EWMA and CUSUM are better to detect small shifts and the traditional Shewhart is better for larger shifts.

Keywords: price, time series, regression models, control charts.

LISTAS DE FIGURAS

Figura 2-1: Gráfico QxQ – exemplo prático	30
Figura 2-2: Ruído branco.....	33
Figura 4-1: Exemplo de processo em controle	49
Figura 4-2: Exemplo de processo fora de controle.....	50
Figura 4-3: Uso do gráfico de controle no processo.....	50
Figura 5-1: Exemplo Gráfico de Série de Preços	61
Figura 5-2: Exemplo Gráfico de Série de Retornos	62
Figura 5-3: Exemplo de f.a.c. de um modelo AR Puro	65
Figura 5-4: Exemplo de f.a.c.p. de um modelo AR Puro	66
Figura 5-5: Fluxograma – Limites de Controle – Shewhart.....	74
Figura 5-6: Fluxograma – ARL fora de controle – Shewhart.....	75
Figura 5-7: Fluxograma – Limites de Controle – CUSUM.....	76
Figura 5-8: Fluxograma – ARL fora de controle – CUSUM	77
Figura 5-9: Fluxograma – Limites de Controle – EWMA	78
Figura 5-10: Fluxograma – ARL fora de controle – EWMA.....	79
Figura 6-1: Série de Preços <i>S&P 500 Index</i>	81
Figura 6-2: Histograma da Série de Preços	82
Figura 6-3: Série de Retornos <i>S&P 500 Index</i>	84
Figura 6-4: Histograma da Série de Retornos	85
Figura 6-5: Gráfico Quantil x Quantil	86
Figura 6-6: Função de Autocorrelação dos Retornos	91
Figura 6-7: Função de Autocorrelação Parcial dos Retornos.....	91
Figura 6-8: Primeiro Modelo: Função de autocorrelação dos resíduos.....	96
Figura 6-9: Primeiro Modelo: Função de autocorrelação parcial dos resíduos.....	96
Figura 6-10: Segundo Modelo: Função de autocorrelação dos resíduos.....	100
Figura 6-11: Segundo Modelo: Função de autocorrelação parcial dos resíduos.....	100
Figura 6-12: Terceiro Modelo: Função de autocorrelação dos resíduos	104
Figura 6-13: Terceiro Modelo: Função de autocorrelação parcial dos resíduos	104
Figura 6-14: Série Real x Estimada.....	105
Figura 6-15: Resíduos do Modelo	106
Figura 6-16: Gráfico de Controle Shewhart	115
Figura 6-17: Gráfico de Controle EWMA.....	116

Figura 6-18: Gráfico de Controle CUSUM	116
Figura 9-1: Primeiro Modelo: Resíduos Padronizados	143
Figura 9-2: Segundo Modelo: Resíduos Padronizados	144
Figura 9-3: Terceiro Modelo: Resíduos Padronizados	144

LISTA DE TABELAS

Tabela 1-1: Estrutura do Trabalho.....	19
Tabela 4-1: Resultados do teste de hipótese (probabilidades entre parênteses).....	55
Tabela 6-1: Estatísticas Descritivas da Série de Preços	82
Tabela 6-2: Teste de Raiz Unitária (Série de Preços).....	83
Tabela 6-3: Estatísticas Descritivas da Série de Retornos.....	85
Tabela 6-4: Teste ADF	88
Tabela 6-5: Teste PP	89
Tabela 6-6: Correlograma dos Retornos.....	90
Tabela 6-7: Primeiro Modelo: AR(18) dos Retornos	93
Tabela 6-8: Primeiro Modelo: AR(18) dos Retornos – Somente coeficientes significativos ..	94
Tabela 6-9: Primeiro Modelo: Regressão linear dos resíduos	94
Tabela 6-10: Primeiro Modelo: Correlograma dos Resíduos.....	95
Tabela 6-11: Segundo Modelo: Regressão linear dos retornos	97
Tabela 6-12: Segundo Modelo: Auto-regressão dos resíduos	98
Tabela 6-13: Segundo Modelo: Auto-regressão dos resíduos – somente coeficientes significativos.....	98
Tabela 6-14: Segundo Modelo: Correlograma dos resíduos	99
Tabela 6-15: Terceiro Modelo: Regressão Mista	101
Tabela 6-16: Terceiro Modelo: Regressão Mista – somente coeficientes significativos	102
Tabela 6-17: Terceiro Modelo: Correlograma dos resíduos.....	103
Tabela 6-18: Limites de Controle - CUSUM	108
Tabela 6-19: Limites de Controle - EWMA.....	109
Tabela 6-20: ARL fora de controle – Gráfico Shewhart	110
Tabela 6-21: ARL fora de controle – Gráfico CUSUM	110
Tabela 6-22: ARL fora de controle – Gráfico EWMA.....	111
Tabela 9-1: Maiores Desvios: ARL fora de controle – Gráfico Shewhart	141
Tabela 9-2: Maiores Desvios: ARL fora de controle – Gráfico CUSUM.....	141
Tabela 9-3: Maiores Desvios: ARL fora de controle – Gráfico EWMA.....	142

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

VBA	<i>Visual Basic for Applications</i>
BOVESPA	Bolsa de Valores de São Paulo
RB	Ruído Branco
AR	Modelo Auto-Regressivo
MA	Modelo de Médias Móveis
ARMA	Modelo Auto-Regressivo e de Médias Móveis
ARIMA	Modelo Auto-Regressivo Integrado de Médias Móveis
ARFIMA	Modelo Auto-Regressivo Fracionário Integrado de Médias Móveis
DF	<i>Dickey-Fuller</i>
ADF	<i>Augmented Dickey-Fuller</i>
PP	<i>Phillips-Perron</i>
EMQ	Estimador de Mínimos Quadrados
MQ	Mínimos Quadrados
EMV	Estimador de Máxima Verossimilhança
CEP	Controle Estatístico de Processos
LSC	Limite Superior de Controle
LIC	Limite Inferior de Controle
LM	Linha Média
ARL	<i>Average Run Length</i>
CUSUM	<i>Cumulative Sum</i>
EWMA	<i>Exponentially Weighted Moving Average</i>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	15
1.1. Empresa	15
1.2. O Problema	17
1.3. O Tema	18
1.4. Estrutura do Trabalho	19
1.5. Softwares Utilizados.....	20
1.5.1. Terminal Bloomberg.....	20
1.5.2. Microsoft Excel 2010	20
1.5.3. Eviews 7.1.....	21
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	23
2.1. Introdução	23
2.2. Séries Temporais	23
2.3. Retornos.....	24
2.4. Processos Estocásticos.....	26
2.5. Normalidade	27
2.5.1. Distribuição Normal	27
2.5.2. Assimetria e Curtose.....	28
2.5.3. Teste de Jarque-Bera.....	29
2.5.4. Gráfico Quantil-Quantil.....	30
2.6. Estacionariedade	31
2.7. Independência	31
2.8. Ruído Branco	33
3. MODELOS PARA SÉRIES TEMPORAIS	35
3.1. Modelos ARIMA	35
3.1.1. Modelos Auto-Regressivos.....	36

3.1.2.	Modelos de Médias Móveis.....	37
3.1.3.	Modelos Auto-Regressivos e de Médias Móveis	38
3.1.4.	Modelos Auto-Regressivos Integrados de Médias Móveis	39
3.2.	Testes de Raiz Unitária	40
3.3.	Identificação de Modelos ARIMA	43
3.4.	Estimação de Modelos ARIMA.....	43
3.5.	Diagnóstico de Modelos ARIMA.....	45
3.5.1.	Teste de Box-Pierce-Ljung.....	45
3.5.2.	Teste de Autocorrelação Residual	45
4.	CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSOS (CEP).....	47
4.1.	Controle Estatístico de Processos (CEP)	47
4.2.	Variabilidade e Causas	48
4.3.	Gráficos de Controle	49
4.4.	Gráficos de Controle para Variáveis.....	51
4.4.1.	Gráficos $\bar{X}$ e R.....	51
4.5.	Análise de Desempenho de Gráficos de Controle	54
4.6.	Gráficos de Controle CUSUM e EWMA	56
4.6.1.	CUSUM	57
4.6.2.	EWMA.....	59
5.	METODOLOGIA	61
5.1.	Série Temporal de Preços	61
5.2.	Série Temporal de Retornos	62
5.3.	Normalidade	63
5.3.1.	Histograma e Estatísticas Descritivas	63
5.3.2.	Gráfico Quantil x Quantil	63
5.3.3.	Teste de Jarque-Bera.....	64

5.4. Estacionariedade	64
5.5. Independência	64
5.6. Identificação, Estimação e Diagnóstico do Modelo para a Média	65
5.7. Determinação dos Limites de Controle	68
5.7.1. Retornos	70
5.7.2. CUSUM	70
5.7.3. EWMA	71
5.8. Cálculo do ARL Fora de Controle	72
5.8.1. Retornos	73
5.8.2. CUSUM	73
5.8.3. EWMA	73
5.9. Resultados e Comparação	80
6. CASO REAL	81
6.1. Série Temporal de Preços	81
6.2. Série Temporal de Retornos	83
6.3. Normalidade	84
6.3.1. Histograma e Estatísticas Descritivas	85
6.3.2. Gráfico Quantil x Quantil	86
6.3.3. Teste de Jarque-Bera	86
6.4. Estacionariedade	87
6.5. Independência	89
6.6. Identificação, Estimação e Diagnóstico do Modelo para a Média	92
6.6.1. Primeiro Modelo – Regressão em Duas Etapas	92
6.6.2. Segundo Modelo – Regressão em Duas Etapas	96
6.6.3. Terceiro Modelo – Regressão em Uma Etapa	101
6.7. Determinação dos Limites de Controle	106

6.7.1. Retornos.....	107
6.7.2. CUSUM.....	107
6.7.3. EWMA.....	108
6.8. Cálculo de ARL fora de controle.....	109
6.8.1. Retornos.....	109
6.8.2. CUSUM.....	110
6.8.3. EWMA.....	111
6.9. Resultados e Comparação.....	112
7. CONCLUSÕES.....	117
7.1. Resultados Obtidos	117
7.2. Análise Crítica das Etapas do Trabalho.....	118
7.3. Sugestões	119
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	121
APÊNDICES	123
Apêndice A: Códigos dos Algoritmos VBA.....	123
Obtenção dos Limites de Controle do Gráfico Tipo Shewhart	123
Obtenção do ARL Fora de Controle do Gráfico Tipo Shewhart.....	126
Obtenção dos Limites de Controle do Gráfico Tipo EWMA.....	129
Obtenção do ARL Fora de Controle do Gráfico Tipo EWMA	132
Obtenção dos Limites de Controle do Gráfico Tipo CUSUM	135
Obtenção do ARL Fora de Controle do Gráfico Tipo CUSUM.....	138
Apêndice B: Simulações para Maiores Desvios na Média	141
Apêndice C: Resíduos Padronizados	143
ANEXOS	145
Anexo A: Séries de Preço	145

1. INTRODUÇÃO

1.1. Empresa

O trabalho de formatura foi desenvolvido na EOS Investimentos Ltda., empresa onde o aluno realiza as atividades de estágio. Trata-se de uma gestora de recursos, fundada em 2008 e focada na assessoria financeira de pessoas físicas e jurídicas, famílias e *family offices*, em seus investimentos financeiros (*Wealth Management*). O público alvo da empresa é composto por clientes *High* e *Ultra High Net Worth*. Em sua maioria, os veículos de investimento para cada cliente ou família são fundos exclusivos, através dos quais as demandas de cada cliente são executadas.

A empresa tem como ponto de partida a compreensão das necessidades de seus investidores, buscando identificar os objetivos pessoais e tolerância a risco de cada um. Também faz parte do perfil do investidor seu horizonte de investimento, podendo ser de curto, médio ou longo prazo.

Após esta etapa, promove-se a construção do portfólio, na qual são selecionados os produtos financeiros mais adequados ao perfil deste investidor. A seleção envolve esforços significativos em estudos de conjuntura econômica, ambiente político, cenários futuros, expectativa de retorno, entre outros fatores. São utilizados modelos tanto qualitativos quanto quantitativos para tomada de decisão. Vale ressaltar que parte destas decisões de investimento são tomadas conforme o mandato do cliente, e o restante cabe exclusivamente à equipe de gestão da empresa.

Com o portfólio devidamente construído, é realizado o monitoramento permanente dos investimentos, com a consolidação das posições diárias, atribuição de desempenho, grau de investimento, risco e liquidez. O dinamismo do mercado de capitais faz com que revisões dos portfólios sejam necessárias diariamente, e, muitas vezes, no decorrer de um dia.

Desta forma, a eficiência e consistência na alocação dos recursos é atingida apenas quando os esforços são corretamente distribuídos, proporcionando maior profundidade na análise dos ativos de investimento e maximizando o retorno para um dado nível de risco

tolerado pelo investidor. Cada classe de ativo representa uma relação de Risco x Retorno x Liquidez que deve ser estudada a partir da conjuntura econômica atual e do perfil do investidor.

Recentemente, a empresa passou a atuar também no mercado de *Asset Management*, plataforma na qual oferece fundos de investimentos abertos, ampliando e potencializando seu público alvo. Para isto, estruturou dois fundos próprios, um fundo de ações e um multimercado:

- i. **Fundo de Ações:** este tipo de fundo é caracterizado por uma restrição regulatória na composição de carteira, na qual 67% do valor total do patrimônio líquido deverão estar investidos em ações. A composição da carteira e as estratégias de investimento do fundo são decididas pela equipe de gestão da empresa, levando-se em conta diversos fatores, como cenários macro e microeconômicos, concorrência setorial, ambiente regulatório e idiossincrasias de cada empresa. Devido à restrição de composição da carteira citada acima, espera-se que o fundo obtenha altas rentabilidades em períodos otimistas da Bolsa de Valores e resultados menos positivos em períodos pessimistas.
- ii. **Fundo Multimercado:** este fundo possui menos restrições de investimento em relação a um fundo de ações. Desta forma, ele combina diversas classes de ativos na elaboração de suas estratégias, buscando um retorno absoluto, independentemente das condições de mercado. Um exemplo de estratégia é a combinação de um título público de juro real com um contrato de juros futuros nominais, resultando na inflação implícita, que representa a inflação futura (projetada) até uma determinada data.

Grande parte das estratégias de investimento geradas pela empresa são implementadas nestes dois fundos. No que se refere aos fundos exclusivos de clientes, a implementação depende basicamente de seus respectivos perfis de investimento.

A principal atividade exercida pelo aluno durante seu estágio é o auxílio à equipe de análise macroeconômica da empresa, o que se traduz, indiretamente, em colaboração na gestão da carteira do fundo multimercado. Isto envolve o estudo dos seguintes tipos de ativos:

- Índices de Bolsas de Valores: consistem em indicadores de desempenho de um conjunto de ações, ou seja, refletem o desempenho ponderado de um grupo de papéis negociados nas Bolsas;
- Juros Futuros: são contratos que refletem as taxas futuras de juros para diversos vencimentos;
- Câmbio: representam a taxa de conversão entre duas moedas;
- Títulos Públicos: são ativos de renda fixa emitidos pelo Tesouro Nacional com o intuito de financiar a dívida pública brasileira, sendo, por este motivo, considerados ativos de baixo risco. Seus retornos podem ser estimados no instante do investimento;
- Opções: são instrumentos derivativos, que conferem o direito de compra ou venda de um determinado ativo por um determinado valor numa determinada data.

1.2. O Problema

O objetivo deste trabalho é a proposição de um método quantitativo para tomada de decisão de investimento em índices de Bolsas de Valores.

Inicialmente, cabe uma breve introdução sobre os índices de Bolsas de Valores. Tais índices tem sua cotação determinada por uma média ponderada de um grupo de ações negociados numa determinada Bolsa de Valores. Os critérios de ponderação são diferentes em cada Bolsa. Investidores que não sabem exatamente em quais ações investir podem compor seu portfólio com as ponderações dos índices, visando refletir sua rentabilidade. No entanto, em muitos casos estes índices são compostos por um grande número de papéis, de modo que, para investidores individuais, a operacionalização da compra e venda destes papéis de acordo com as ponderações se torna complexa. Os fundos indexados surgiram com o intuito de realizar estas operações e facilitar o trabalho do investidor individual. Sendo assim, todo o processo de composição de portfólio e envio de ordens de compra e venda é realizado por estes fundos e a tarefa do investidor se resume a comprar ou vender suas cotas. No contexto atual, existem contratos futuros de índices de Bolsas de Valores, os quais são utilizados basicamente com o mesmo propósito, ou seja, suas cotações reproduzem a variação do preço do índice em si.

A empresa opera os contratos futuros de índices com o objetivo de aumentar ou reduzir a exposição em ações dos portfólios exclusivos e dos fundos próprios. Cabe ressaltar que os fundamentos macroeconômicos tem maior influência nos preços destes ativos que as especificidades de cada setor ou empresa, dado que o índice retrata a média entre muitos setores e várias empresas de cada setor.

Atualmente, as decisões de compra ou venda dos contratos futuros de índices são muito fundamentalistas, sem que haja um método numérico para apoiar tais operações. A análise macroeconômica estuda indicadores de atividade, emprego, inflação, entre outros para avaliar este tipo de investimento. Com relação ao nível de preço dos ativos, observa-se o gráfico da série histórica de cotações para diferentes intervalos de tempo, por exemplo de 5 anos, que compreende o período da crise financeira de 2008, de 1 ano, ou até o gráfico intra-diário, o qual mostra as cotações desde a abertura das negociações no dia.

Especificamente este ano (2013), muitos analistas financeiros se mostram preocupados com os níveis de preço dos índices de Bolsas mundiais, em especial as americanas. Há diversos argumentos por trás destas teses, tais como o aumento artificial dos preços dos ativos financeiros devido ao excesso de liquidez fornecido pelo *Federal Reserve*, Banco Central americano (*Fed*), com sua política monetária não-convencional. A partir das ferramentas atualmente utilizadas pela empresa, só se pode dizer que estes preços estão elevados em comparação com seu histórico, além dos argumentos fundamentalistas. Sendo assim, identificou-se a necessidade de uma ferramenta quantitativa, além da análise da própria série histórica de preços, para apoiar a tomada de decisão de investimento nos índices de Bolsas de Valores.

1.3. O Tema

Uma das ferramentas de controle estatístico de processos estudada durante o curso de Engenharia de Produção consiste no gráfico de controle. Ele será discutido com maior profundidade no capítulo 4. Basicamente, monitora-se um processo através de uma estatística e caso ela seja considerada fora de controle, não atendendo os critérios pré-definidos, deve-se intervir no processo. Cabe aqui o paralelo do ativo financeiro como um processo, que pode ser monitorado a partir da média de preços. Uma alteração na média de preços significa a necessidade de uma ação, que pode ser uma operação de compra ou venda do ativo.

Para a construção dos gráficos de controle, deve-se escolher a estatística de monitoramento. Neste contexto, um modelo para a média é necessário, sendo que este modelo deve ser o mais próximo possível da realidade. Sua obtenção envolve a teoria de modelos econométricos, os quais serão explicados no capítulo 3.

A modelagem econométrica envolve o uso de uma série de conceitos sobre séries temporais, os quais serão detalhados no capítulo 2.

Desta forma, o tema do trabalho é: **“Análise de séries temporais financeiras a partir de modelos de regressão e uso de gráficos de controle como ferramenta de decisão de investimento”**.

1.4. Estrutura do Trabalho

A estrutura sobre a qual foi elaborado o trabalho está na Tabela 1-1.

Tabela 1-1: Estrutura do Trabalho

Capítulo 1: Introdução	Empresa, Problema e Tema
Capítulo 2: Revisão Bibliográfica	Séries Temporais, Retornos
Capítulo 3: Modelos para Séries Temporais	Modelos ARIMA
Capítulo 4: Fundamentos do Controle Estatístico de Processos	Gráficos de Controle (Shewhart, CUSUM, EWMA)
Capítulo 5: Metodologia	Metodologia Proposta Passo a Passo

Capítulo 6: Caso Real	Aplicação da Metodologia a Série Histórica Real
Capítulo 7: Conclusões	Resumo e Principais Constatações

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

1.5. Softwares Utilizados

Esta seção é destinada a listar os softwares utilizados ao longo do trabalho. Tanto a modelagem econométrica como as ferramentas de controle estatístico de processos são temas que exigem capacidade de simulação e cálculo. A complexidade dos métodos quantitativos aplicados no trabalho torna menos viável sua execução sem o auxílio de uma ferramenta computacional.

1.5.1. Terminal Bloomberg

O terminal Bloomberg é uma base de dados online muito utilizada no mercado financeiro. A obtenção das séries históricas utilizadas no trabalho ocorreu através desta ferramenta e do Microsoft Excel 2010, a ser descrito no tópico seguinte.

1.5.2. Microsoft Excel 2010

As séries históricas foram obtidas já em forma de planilhas Excel, pois ambos os softwares são conectados a partir de um *add-in*. Além disso, o Excel auxiliou a elaboração de muitos gráficos e tabelas mostradas nas seções seguintes. Por último, vale destacar o *Visual Basic for Applications* (VBA), ferramenta integrada ao Excel que foi fundamental para a obtenção dos limites de controle e dos ARL (*Average Run Length*, a ser definido ao longo do trabalho) fora de controle.

1.5.3. Eviews 7.1

O software Eviews 7.1 foi utilizado na etapa de modelagem do trabalho. Trata-se de uma ferramenta de modelagem e estudos estatísticos, o que explica o seu constante uso na econometria.

Esta ferramenta foi utilizada na análise dos dados coletados (histograma, estatísticas descritivas, gráficos, correlogramas, testes de estacionariedade) e nas etapas de estimação e diagnóstico dos modelos ajustados (estimação de coeficientes, análise residual). Todos os métodos citados serão definidos e explicados no decorrer do trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Introdução

A Revisão Bibliográfica tem por objetivo explicitar a base teórica do trabalho. Ela foi seccionada em três capítulos (2, 3 e 4). Este capítulo é composto por definições e propriedades de séries temporais. O capítulo 3 contém a definição e detalhamento de modelos para séries temporais. Finalmente, o capítulo 4 introduz os gráficos de controle e suas medidas de eficiência.

2.2. Séries Temporais

Segundo Morettin e Toloi (2006), uma série temporal é qualquer conjunto de observações ordenadas no tempo. Segundo Ehlers (2009), a característica mais importante deste tipo de dados é que as observações vizinhas são dependentes, e a análise e modelagem desta dependência são interessantes. Enquanto em modelos de regressão, por exemplo, a ordem das observações é irrelevante para a análise, em séries temporais a ordem dos dados é crucial. Alguns exemplos são:

- Valores diários de poluição na cidade de São Paulo;
- Valores mensais de temperatura na cidade de Cananéia-SP;
- Preços diários de índices da BOVESPA (Bolsa de Valores de São Paulo);
- Registros de marés no porto de Santos.

Percebe-se que os primeiros três exemplos constituem séries temporais discretas, enquanto o último é uma série contínua.

Ehlers (2009) sugere que algumas características são peculiares a este tipo de dados:

- Observações correlacionadas são mais difíceis de analisar e requerem técnicas específicas;
- É necessário levar em conta a ordem temporal das observações;
- Fatores complicadores como presença de tendências e variação sazonal ou cíclica podem ser difíceis de estimar ou remover;

- A seleção de modelos pode ser bastante complicada, e as ferramentas podem ser de difícil interpretação;
- É mais difícil lidar com observações perdidas e dadas discrepantes devido à natureza sequencial.

Podem ser construídos modelos para séries temporais a partir de dois diferentes enfoques. Quando a análise é feita no domínio temporal, utilizam-se modelos paramétricos (com um número finito de parâmetros). Já no caso em que a análise ocorre no domínio de frequências, são propostos modelos não-paramétricos.

O modelo Auto-Regressivo e de Médias Móveis, definido e detalhado na seção (3.1.3), é um exemplo de modelo paramétrico e será utilizado no trabalho.

De acordo com Morettin e Toloí (2006), dada a série temporal $X(t_1), \dots, X(t_n)$ observada nos instantes $t_1, \dots, t_n$, consideram-se os seguintes objetivos na análise de séries temporais:

- i. Investigar o mecanismo gerador da série temporal;
- ii. Fazer previsões de valores futuros da série;
- iii. Descrever apenas o comportamento da série, o que envolve a construção do gráfico, verificação da existência de tendências, ciclos e variações sazonais, construção de histogramas e diagramas de dispersão;
- iv. Procurar periodicidades relevantes nos dados.

Segundo os mesmos autores, modelos probabilísticos ou modelos estocásticos são construídos para todos estes casos, seja no domínio temporal ou de frequências. Tais modelos devem ser simples e parcimoniosos (o número de parâmetros deve ser o menor possível), e sua manipulação não deve apresentar dificuldades.

2.3. Retornos

Morettin (2011) sugere que um dos objetivos em finanças é a avaliação de riscos de uma carteira de ativos financeiros. Este dado é medido em termos de variações de preços dos ativos. Denota-se por P_t o preço de um ativo no instante t .

Define-se o retorno líquido simples de um ativo entre os instantes $t - 1$ e t na equação (2.1):

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} \quad (2.1)$$

sendo que a variação de preços entre estes instantes é dada por $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$.

Já o retorno bruto simples, ou taxa de retorno, é definido por: $1 + R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$.

A partir das relações acima, Morettin (2011) define log-retorno na equação (2.2).

$$r_t = \ln(1 + R_t) = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (2.2)$$

Na prática, segundo Morettin e Toloi (2006), é preferível trabalhar com retornos, que são livres de escala, do que com preços, pois os primeiros têm propriedades estatísticas mais interessantes, como estacionariedade e ergodicidade. A escolha por log-retorno também se justifica à medida que para u pequeno, $\ln(1 + u) \approx u$. Logo, neste caso, os valores de retornos R_t e log-retornos r_t serão em geral próximos.

De acordo com Morettin e Toloi (2006), séries econômicas e financeiras apresentam algumas características que são comuns a outras séries temporais, como:

- a) Tendências;
- b) Sazonalidades, que são, em geral, muito influenciadas pelas tendências, e vice-versa;
- c) Pontos influentes (atípicos);
- d) Heteroscedasticidade condicional, ou seja, a variância condicional evolui no tempo;
- e) Não-linearidade, que pode ser associada a uma resposta diferente a choques grandes ou pequenos. Por exemplo, uma queda do índice Ibovespa pode causar maior volatilidade que uma alta.

Por outro lado, retornos financeiros apresentam outras características peculiares que muitas séries não apresentam. Retornos raramente apresentam tendências ou sazonalidades, com exceção de retornos intra-diários, os quais não serão objeto de estudo neste trabalho. Já as séries de preços, de taxas de câmbio e de taxas de juros podem apresentar tendências que variam no tempo.

Segundo os mesmos autores, os principais fatos estilizados relativos a retornos financeiros podem ser resumidos como:

1. Retornos são em geral não-auto-correlacionados;
2. Os quadrados dos retornos são auto-correlacionados, apresentando uma correlação de defasagem um pequena e depois uma queda lenta das demais;
3. Séries de retornos apresentam agrupamentos de volatilidades ao longo do tempo;
4. A distribuição (incondicional) dos retornos apresenta caudas mais pesadas do que uma distribuição normal; além disso, a distribuição, embora aproximadamente simétrica, é em geral leptocúrtica (a definição de curtose está na seção 2.5.2);
5. Algumas séries de retornos são não-lineares, no sentido explicado acima.

Segundo Costa (2001), a não normalidade das séries de retornos é muitas vezes explicada pelo fato de os retornos não serem independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), o que leva naturalmente ao estudo da independência. Por esta razão, será estudada a normalidade dos retornos, antes de sua modelagem.

2.4. Processos Estocásticos

Morettin e Tolo (2006) afirmam que os modelos utilizados para descrever séries temporais são processos estocásticos, ou seja, processos controlados por leis probabilísticas. Existe um número muito grande de modelos diferentes para descrever o comportamento de uma determinada série. A construção destes modelos depende de vários fatores, como o comportamento do fenômeno ou o conhecimento a priori que se tem sobre sua natureza e o objetivo da análise.

A definição formal de processo estocástico é:

Definição: Seja T um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é uma família $\{X(t), t \in T\}$, tal que, para cada $t \in T$, $X(t)$ é uma variável aleatória.

A função média de $X(t)$ é dada por:

$$\mu(t) = E\{X(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x; t) \quad (2.3)$$

A função de autocovariância (f.a.c.v.) de $X(t)$ é definida por:

$$\begin{aligned}\gamma(t_1, t_2) &= \mu(t_1, t_2) - \mu(t_1)\mu(t_2) \\ &= E\{X(t_1)X(t_2)\} - E\{X(t_1)\}E\{X(t_2)\}, \quad t_1, t_2 \in T.\end{aligned}\tag{2.4}$$

A função variância de $X(t)$, que corresponde à função de autocovariância no caso particular de $t_1 = t_2 = t$, é dada por:

$$\gamma(t, t) = \text{Var}\{X(t)\} = E\{X^2(t)\} - E^2\{X(t)\}\tag{2.5}$$

2.5. Normalidade

Nesta seção, serão detalhadas algumas ferramentas utilizadas para estudar a distribuição de uma série. Mais especificamente, este trabalho deve analisar a distribuição de uma série de retornos, verificando se ela de fato apresenta excesso de curtose e não adere à distribuição normal, como sugere a literatura.

2.5.1. Distribuição Normal

Antes de descrever os testes de normalidade, será feita uma breve introdução à distribuição normal (gaussiana).

Definição: Um processo estocástico $\{X(t), t \in T\}$ diz-se Gaussiano se, para qualquer conjunto $t_1, t_2, \dots, t_n$ de T , as variáveis aleatórias $X(t_1), \dots, X(t_n)$ têm distribuição normal n-variada.

Morettin e Tolo (2006) afirmam que se um processo for normal, ele será determinado pelas médias e covariâncias.

Os estimadores de média e desvio-padrão da distribuição normal são dados por $\bar{X}$ e s , calculados nas equações (2.6) e (2.7):

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)\tag{2.6}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}\tag{2.7}$$

Segundo Costa Neto (2002), o Teorema do Limite Central afirma que, sob condições bastante gerais, uma variável aleatória, resultante de uma soma de n variáveis aleatórias independentes, no limite, quando n tende ao infinito, tem distribuição normal.

De acordo com o mesmo autor, a distribuição normal reduzida ou padronizada é a particular distribuição normal com média 0 e desvio-padrão 1. Neste caso, a variável normal é denotada pela letra Z .

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (2.8)$$

Dada esta introdução à distribuição normal, serão definidos dois importantes conceitos para os testes relacionados à normalidade das séries.

2.5.2. Assimetria e Curtose

Morettin (2011) sugere que uma suposição muitas vezes utilizada é que os retornos r_t sejam independentes, identicamente distribuídos e normais (gaussianos). Contudo há argumentos contrários a essa suposição. Se supusermos que os log-retornos r_t são normais, os retornos brutos serão log-normais, o que parece ser mais razoável. De fato, se $r_t \sim N(\mu, \sigma^2)$, então, como $r_t = \log(1 + R_t)$, segue-se que $1 + R_t$ será log-normal, com:

$$E(R_t) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} - 1 \quad (2.9)$$

$$Var(R_t) = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) \quad (2.10)$$

Seja X uma variável aleatória qualquer, com média μ e variância σ^2 . Então, a assimetria de X é definida por:

$$A(X) = E\left(\frac{(X - \mu)^3}{\sigma^3}\right) \quad (2.11)$$

Já a curtose de X é definida por:

$$K(X) = E\left(\frac{(X - \mu)^4}{\sigma^4}\right) \quad (2.12)$$

Para uma distribuição normal, $A = 0$ e $K = 3$.

Ainda segundo Morettin (2011), com uma amostra de T elementos $X_1, X_2, \dots, X_T$ de X e estimando-se μ e σ^2 por

$$\hat{\mu} = \bar{X}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2$$

então a assimetria e curtose da amostra serão estimadas pelas equações (2.13) e (2.14).

$$\hat{A}(X) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{X_t - \bar{X}}{\hat{\sigma}} \right)^3 \quad (2.13)$$

$$\hat{K}(X) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{X_t - \bar{X}}{\hat{\sigma}} \right)^4 \quad (2.14)$$

Pode-se provar que, em caso de distribuição normal da amostra e alto valor de T ,

$$\hat{A} \sim N\left(0; \frac{6}{T}\right), \hat{K} \sim N\left(3; \frac{24}{T}\right) \quad (2.15)$$

2.5.3. Teste de Jarque-Bera

Inicialmente, cabe definir momento amostral. Segundo Morettin (2011), o r -ésimo momento amostral é dado por

$$m_r = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^r \quad (2.16)$$

Segundo Morettin e Toloi (2006), uma propriedade da distribuição normal é que todos os momentos ímpares maiores do que dois são nulos. Desta forma, pode-se testar a hipótese $H_0 : A = 0$, considerando a estatística $\sqrt{N/6} \cdot \hat{A}$, que terá distribuição limite $N(0,1)$. Também

é possível testar a curtose, pois de acordo com a seção 2.5.2, $K=3$ em distribuições normais. Neste caso, $H_0 : K = 3$.

O teste de Jarque-Bera, largamente utilizado em econometria, combina os dois testes citados acima e usa a estatística:

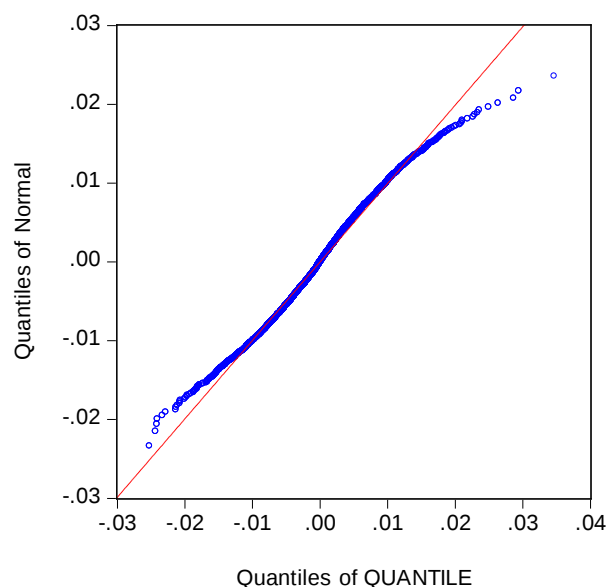
$$S = \left(\frac{N}{6} \right) \hat{A}^2 + \left(\frac{N}{24} \right) (\hat{K} - 3)^2 \quad (2.17)$$

Sob a hipótese nula de normalidade da série, a estatística S segue uma distribuição qui-quadrado com dois graus de liberdade.

2.5.4. Gráfico Quantil-Quantil

Uma ferramenta utilizada para visualizar a distribuição de uma série temporal é o gráfico Quantil-Quantil (Q x Q), onde, de acordo com Morettin e Tolo (2006), são plotados os quantis empíricos dos dados contra os quantis da normal padrão. A reta representa a distribuição teórica normal. Assim, quando os pontos sobrepõem perfeitamente a reta, pode-se considerar que a série adere à distribuição normal.

Figura 2-1: Gráfico QxQ – exemplo prático



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Percebe-se, no exemplo da Figura 2-1, que os pontos (azuis) não sobrepõem a reta (vermelha), o que sugere a não-normalidade da distribuição.

2.6. Estacionariedade

Morettin e Toloi (2006) sugerem que nas situações em que se pretende utilizar modelos para descrever séries temporais, é necessário introduzir suposições simplificadoras, que conduzam à análise de determinadas classes de processos estocásticos. A estacionariedade está relacionada à independência ou não dos processos relativamente à origem dos tempos. Intuitivamente, um processo é estacionário se ele se desenvolve no tempo de modo que a escolha de uma origem dos tempos não é importante.

Morettin (2011) afirma que uma das suposições básicas feitas na análise de séries temporais é que o processo estocástico gerador dos dados seja um processo estacionário. De modo bastante geral, um processo diz-se estacionário se ele oscila ao redor de uma média constante, com uma variância também constante.

A definição do autor para um processo estocástico estritamente estacionário é:

Definição: Um processo estocástico $\{X(t), t \in T\}$ diz-se fracamente estacionário, ou estacionário de segunda ordem, ou simplesmente estacionário se e somente se:

- a) $E\{X(t)\} = \mu(t) = \mu$, constante, para todo $t \in T$;
- b) $E\{X^2(t)\} < \infty$ para todo $t \in T$;
- c) $\gamma(t_1, t_2) = Cov\{X(t_1)X(t_2)\}$ é uma função apenas de $|t_1 - t_2|$.

2.7. Independência

Neste trabalho, em processos estacionários $\{X_t, t \in Z\}$ com tempo discreto $t \in Z$, γ_T é assumida como a f.a.c.v. deste processo de defasagem T , dada por

$$\gamma_T = Cov\{X_t, X_{t+T}\}$$

Vale ressaltar que $\gamma_0 = Cov\{X_t, X_t\}$ é a variância do processo.

Seja $\{X_t, t \in Z\}$ um processo estacionário real com tempo discreto, de média zero e f.a.c.v. $\gamma_T = E\{X_t X_{t+T}\}$. Segundo Morettin (2011), a função de autocorrelação (f.a.c.) do processo é definida por

$$\rho_t = \frac{\gamma_t}{\gamma_0}, t \in Z \quad (2.18)$$

A f.a.c. pode ser estimada por

$$\hat{\rho}_t = \frac{\hat{\gamma}_t}{\hat{\gamma}_0}, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (2.19)$$

onde T é o número da amostra e $\hat{\gamma}_t$ é a estimativa da função de autocovariância γ_t , dada por

$$\hat{\gamma}_t = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T-t} [(X_i - \bar{X})(X_{i+t} - \bar{X})], t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (2.20)$$

e $\hat{\gamma}_0$ é a estimativa da variância do processo:

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (X_i - \bar{X})^2 \quad (2.21)$$

Box, Jenkins e Reinsel (1994) propõem a utilização de outro instrumento, além da função de autocorrelação, para facilitar a identificação do modelo a ser utilizado: a função de autocorrelação parcial (f.a.c.p.), definida por:

$$\phi_{kk} = \frac{|P_k^*|}{|P_k|} \quad (2.22)$$

onde P_k é a matriz de autocorrelações e P_k^* é a matriz P_k com a última coluna substituída pelo vetor de autocorrelações. $|P_k|$ e $|P_k^*|$ são os determinantes destas matrizes.

Segundo Morettin e Toloi (2006), pode-se demonstrar que ϕ_{kk} é igual à correlação parcial entre as variáveis X_t e X_{t-k} ajustadas às variáveis intermediárias $X_{t-1}, \dots, X_{t-k+1}$. Ou seja, ϕ_{kk} mede a correlação remanescente entre X_t e X_{t-k} depois de eliminada a influência de $X_{t-1}, \dots, X_{t-k+1}$.

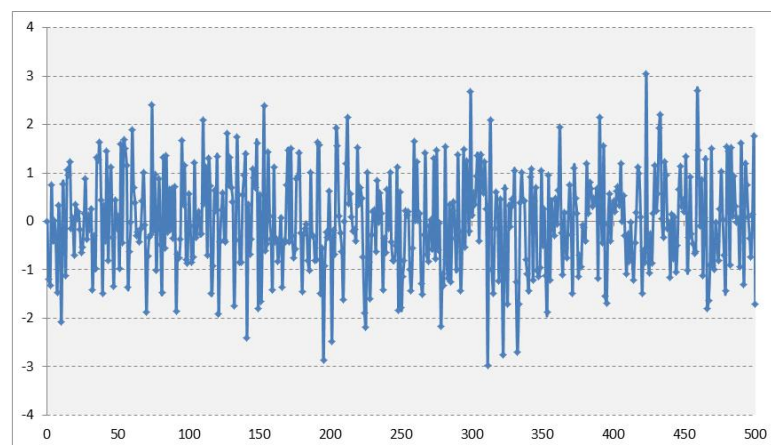
2.8. Ruído Branco

Morettin e Toloi (2006) afirmam que a série $\{\varepsilon_t, t \in Z\}$ é um ruído branco discreto se as variáveis aleatórias ε_t são não correlacionadas, isto é, $\text{Cov}\{\varepsilon_t, \varepsilon_s\} = 0$, $t \neq s$. Tal processo é estacionário se $E\{\varepsilon_t\} = \mu_\varepsilon$ e $\text{Var}\{\varepsilon_t\} = \sigma_\varepsilon^2$, para todo t . Se as variáveis aleatórias são independentes, elas também serão não-correlacionadas.

Pode-se definir, brevemente:

$$\varepsilon_t \sim \text{RB}(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Figura 2-2: Ruído branco



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Nota-se, através da Figura 2-2, que as observações parecem ter sido tiradas de forma aleatória, caracterizando uma distribuição normal de média zero e variância 1. Os valores passados não interferem de forma alguma na previsão de valores futuros.

3. MODELOS PARA SÉRIES TEMPORAIS

Morettin e Toloí (2006) afirmam que há duas classes de modelos para séries temporais, de acordo com os números de parâmetros envolvidos:

- Modelos paramétricos: o número de parâmetros é finito;
- Modelos não-paramétricos: o número de parâmetros é infinito.

Segundo os mesmos autores, na classe de modelos paramétricos, a análise é feita no domínio do tempo. Os modelos mais frequentemente usados são os modelos de erro (ou de regressão), os modelos auto-regressivos e de médias móveis (ARMA), os modelos auto-regressivos integrados e de médias móveis (ARIMA), modelos de memória longa (ARFIMA), modelos estruturais e modelos não-lineares. Neste trabalho serão abordados somente modelos paramétricos.

3.1. Modelos ARIMA

Morettin e Toloí (2006) afirmam que uma metodologia conhecida como abordagem de Box e Jenkins (1970) é amplamente utilizada na análise de modelos paramétricos. Ela consiste no ajuste de modelos auto-regressivos integrados de médias móveis, $ARIMA(p,d,q)$, a um conjunto de dados. A construção deste modelo tem como base um ciclo iterativo, cujos estágios são:

- a) Uma classe geral de modelos é considerada para análise (*especificação*);
- b) Há *identificação* de um modelo, baseando-se nas autocorrelações e autocorrelações parciais;
- c) Ocorre a *estimação*, na qual os parâmetros do modelo identificados são estimados;
- d) Há o *diagnóstico* do modelo ajustado através da análise de resíduos, com a finalidade de verificar sua adequação para os fins em vista (como por exemplo a previsão de valores futuros).

Trata-se de um ciclo iterativo, pois caso o modelo não seja adequado, retorna-se à fase de identificação. Segundo Morettin e Toloí (2006), muitas vezes são estimados vários modelos, com o intuito de escolher o melhor modelo ajustado, pois nem sempre a

identificação é trivial. É possível, segundo os autores, que vários pesquisadores identifiquem modelos diferentes para a mesma série temporal.

Em geral, os modelos postulados são parcimoniosos, uma vez que contêm um número pequeno de parâmetros e as previsões são bastante precisas, em relação aos demais métodos de previsão.

Entre os modelos paramétricos, existe o caso particular de um modelo de filtro linear, cuja suposição é a geração da série através de um filtro (ou sistema) linear, sendo que o ruído branco é a entrada. Morettin e Toloi (2006) sugerem uma equação para o processo:

$$X_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots = \mu + \psi(B)a_t \quad (3.1)$$

onde:

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots$$

é denominada função de transferência do filtro e μ é um parâmetro determinando o nível da série.

X_t é um processo linear (discreto), onde:

$$E(a_t) = 0, \forall t,$$

$$Var(a_t) = \sigma_a^2, \forall t,$$

$$E(a_t a_s) = 0, s \neq t.$$

Proposição: O processo X_t é estacionário se a série $\psi(B)$ convergir para $|B| \leq 1$. Para uma demonstração deste fato, veja Box, Jenkins e Reinsel (1994).

A seguir, serão detalhados os modelos lineares estacionários a serem abordados neste trabalho.

3.1.1. Modelos Auto-Regressivos

De acordo com Morettin e Toloi (2006), o modelo auto-regressivo de ordem p , a ser denotado por $AR(p)$ é

$$X_t = \mu + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t \quad (3.2)$$

onde μ é a média do processo, ϕ é o vetor de coeficientes auto-regressivos e a_t é o ruído branco no instante t .

Neste caso, o valor de X_t depende dos p valores anteriores da série e do ruído branco no instante t .

Se definirmos o operador auto-regressivo estacionário de ordem p :

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p,$$

então pode-se escrever:

$$\phi(B)X_t = a_t$$

O caso mais simples AR(1) ocorre quando $p = 1$ e a média é nula:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + a_t$$

onde há a dependência de X_{t-1} e de a_t .

A condição de estacionariedade de um processo AR(p) é equivalente a que a equação característica $\phi(B) = 0$ tenha raízes fora do círculo unitário.

De acordo com Morettin e Toloi (2006), a função de autocorrelação de um processo auto-regressivo decai de acordo com uma mistura de polinômios, exponenciais e senóides amortecidas.

Pode-se demonstrar (veja Box, Jenkins e Reinsel, 1994) que um processo AR(p) tem f.a.c.p. $\phi_{kk} \neq 0$ para $k \leq p$ e $\phi_{kk} = 0$ para $k > p$.

3.1.2. Modelos de Médias Móveis

Um processo de médias móveis de ordem q , a ser denotado por MA(q), pode ser escrito, de acordo com Morettin e Toloi (2006), da seguinte maneira:

$$X_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (3.3)$$

onde μ é a média e a_t é o ruído branco no instante t .

Partindo-se da equação (3.3), considerando o caso em que a média é nula, tem-se o exemplo mais simples de um processo de médias móveis MA(1):

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

Não há restrições sobre os parâmetros θ_j para que o processo seja estacionário.

Segundo Morettin e Toloi (2006), a f.a.c. de um processo MA(q) é igual a zero para defasagens maiores que q , ao contrário do que ocorre num processo AR.

Segundo Box, Jenkins e Reinsel (1994), um processo MA(q) tem f.a.c.p. que se comporta de maneira similar à f.a.c. de um processo AR(p): é determinada por exponenciais e/ou senóides amortecidas.

3.1.3. Modelos Auto-Regressivos e de Médias Móveis

Morettin e Toloi (2006) afirmam que os modelos auto-regressivos são populares em Economia, onde é natural pensar o valor de alguma variável no instante t como função de valores defasados da mesma variável, com a finalidade de se elaborar um modelo de previsão. Em ciências físicas e geofísicas, o interesse em modelos auto-regressivos reside em outro aspecto: deseja-se estimar o espectro do processo e os estimadores auto-regressivos são utilizados para este fim. Por outro lado, representar um processo por um modelo de médias móveis puro parece não ser natural ou intuitivo.

Os mesmos autores sugerem que para muitas séries encontradas na prática, se quisermos um modelo com um número não muito grande de parâmetros, a inclusão de termos auto-regressivos e de médias móveis é a solução adequada. Neste contexto, os modelos ARMA (p,q) tem a seguinte forma:

$$X_t = \mu + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (3.4)$$

onde μ é a média do processo, o vetor ϕ representa o vetor de coeficientes auto-regressivos, θ é o vetor de coeficientes de médias móveis e a_t é o ruído branco no instante t .

Um modelo frequentemente utilizado é o ARMA (1,1), com média nula:

$$X_t = \phi X_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1}$$

Como o processo ARMA consiste na combinação de processos AR e MA, pode-se concluir que o processo é estacionário quando todas as raízes de $\phi(B)=0$ estão fora do círculo unitário.

Segundo Morettin e Toloi (2006), a f.a.c. deste processo é:

$$\rho_j = \phi_1 \rho_{j-1} + \phi_2 \rho_{j-2} + \dots + \phi_p \rho_{j-p}, \quad j > q \quad (3.5)$$

Sendo assim, as autocorrelações de defasagens 1, 2, ..., q serão afetadas diretamente pelos parâmetros de médias móveis, mas para $j > q$, as mesmas comportam-se como nos modelos auto-regressivos.

Ainda pode-se verificar, como sugerem Morettin e Toloi (2006), que se $q > p$ a f.a.c. consiste numa mistura de exponenciais e/ou de senóides amortecidas. No entanto, se $q \geq p$, os primeiros $q - p - 1$ valores não seguirão este padrão. Veja Box, Jenkins e Reinsel (1994).

A f.a.c.p. de um processo ARMA(p,q) se comporta, de acordo com Box, Jenkins e Reinsel (1994), como a f.a.c.p. de um processo MA puro.

3.1.4. Modelos Auto-Regressivos Integrados de Médias Móveis

Os modelos estudados nos tópicos anteriores são apropriados para descrever séries estacionárias, isto é, séries que se desenvolvem no tempo ao redor de uma média constante. Na prática, muitas séries econômicas e financeiras são não-estacionárias, porém quando diferenciadas podem se tornar estacionárias.

Morettin e Toloi (2006) apresentam um exemplo em que uma série Z_t não é estacionária mas $W_t = Z_t - Z_{t-1} = \Delta Z_t$ é estacionária. Se W_t é uma diferença de Z_t , então Z_t é uma integral de W_t .

O modelo ARIMA é

$$\phi(B)\Delta^d Z_t = \theta(B)a_t \quad (3.6)$$

de ordem (p,d,q) e é denotado por $ARIMA(p,d,q)$, se p e q são as ordens de $\phi(B)$ e $\theta(B)$, respectivamente.

Este modelo supõe que a d -ésima diferença da série Z_t pode ser representada por um modelo ARMA, estacionário e invertível.

Casos interessantes do modelo ARIMA são:

- $ARIMA(p,0,0)=AR(p)$;
- $ARIMA(0,0,q)=MA(q)$;
- $ARIMA(p,0,q)=ARMA(p,q)$;
- $ARIMA(1,1,1): (1-\phi B)\Delta Z_t = (1-\theta B)a_t$.

3.2. Testes de Raiz Unitária

As séries temporais deste trabalho serão testadas quanto à sua estacionariedade. Dois métodos serão estudados para verificar tal propriedade. Ambos consistem em verificar se a equação utilizada para modelar a série é satisfeita por uma raiz unitária. Quando esta hipótese é comprovada, pode-se dizer que os choques sofridos pela série tem efeito permanente, o que invalida os resultados de modelos econométricos que tinham como premissas média e variância constantes.

Segundo Morettin (2011), o problema de raiz unitária aparece em modelos ARMA quando o polinômio auto-regressivo apresenta uma raiz sobre o círculo unitário. Isto implica que se deve tomar uma diferença da série original antes de ajustar o modelo. Também podem existir raízes unitárias no polinômio de médias móveis, o que indica que os dados foram super-diferenciados.

O teste de Dickey-Fuller (1979), a ser denotado teste DF, consiste em verificar a existência da raiz unitária através de um teste de hipótese.

Considerando o modelo auto-regressivo $AR(1)$ estacionário com média zero:

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim RB(0, \sigma^2) \quad (3.7)$$

O processo apresenta raiz unitária se $\phi = 1$ satisfaz o polinômio acima.

Considerando $\phi^* = \phi - 1$ e subtraindo X_{t-1} dos dois lados da equação, segue-se que:

$$\Delta X_t = \phi^* X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.8)$$

O teste de hipótese equivale a:

$$H_0 : \phi^* = 0,$$

$$H_1 : \phi^* < 0.$$

Utiliza-se a estatística:

$$\hat{\tau} = \frac{\hat{\phi}_{MQ}^*}{\widehat{e.p.}(\hat{\phi}_{MQ}^*)} \quad (3.9)$$

onde $\hat{\phi}_{MQ}^*$ é o estimador de mínimos quadrados (EMQ) de ϕ^* por meio da regressão de MQ de ΔX_t sobre X_{t-1} e:

$$\widehat{e.p.}(\hat{\phi}_{MQ}^*) = \frac{S}{\left(\sum_{t=1}^T X_{t-1}^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.10)$$

é um estimador para o desvio padrão de $\hat{\phi}_{MQ}^*$ e:

$$S^2 = \frac{1}{T-2} \sum_{t=2}^T (\Delta X_t - \hat{\phi}_{MQ}^* X_{t-1})^2 \quad (3.11)$$

na qual T é o número de observações.

Sendo assim, substituindo as equações (3.10) e (3.11) na equação (3.9), tem-se a expressão para a estatística do teste DF em termos de T e S:

$$\hat{\tau} = \frac{T^{-1} \sum X_{t-1} \varepsilon_t}{S(T^{-2} \sum X_{t-1}^2)^{1/2}} \quad (3.12)$$

As distribuições das estatísticas correspondentes $\hat{\tau}$ são tabuladas e rejeita-se H_0 se $\hat{\tau}$ for menor que o valor crítico apropriado. É importante ressaltar que o teste DF considera apenas a dependência de X_{t-1} para o processo X_t .

Neste contexto, Dickey e Fuller ainda propõem o teste ADF (*Augmented Dickey-Fuller Test*), que consiste em estudar o processo X_t como dependente de observações anteriores a X_{t-1} . Neste caso, a estatística tem o denominador alterado em relação à equação (3.12):

$$\hat{\tau}_{ADF} = \frac{T^{-1} \sum X_{t-1} \varepsilon_t}{S(T^{-2} \sum (X_{t-1} - \bar{X})^2)^{1/2}} \quad (3.13)$$

O segundo método a ser utilizado para testar a estacionariedade foi desenvolvido por Phillips e Perron (1988), sendo este um teste que utiliza uma abordagem não-paramétrica e permite avaliar uma ampla classe de dados autocorrelacionados e possivelmente heteroscedásticos. Considera-se o modelo:

$$\Delta X_t = \theta_0 + \phi_1^* X_{t-1} + u_t$$

onde as suposições para este modelo são:

- I. $E(u_t) = 0$, para todo t ;
- II. $\sup_t E(|u_t|^\beta) < \infty$, para algum $\beta > 2$;
- III. $\lambda^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} E(S_T^2 / T)$ existe e é finito, $S_T = \sum_{t=1}^T u_t$;
- IV. u_t é fortemente “mixing”.

Ver Phillips e Perron (1988) e Hamilton (1994) para o conceito de “mixing” e discussão das implicações dessas suposições.

As estatísticas são modificadas para levar em conta a autocorrelação e heteroscedasticidade, após estimar os modelos por MQ ordinários.

A estatística usada no teste Phillips e Perron (PP) é:

$$\hat{\tau}_{PP} = \hat{\tau}_{ADF} \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} \right)^{1/2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{\lambda}^2 - \hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} \right) \left(\frac{T \widehat{e.p.}(\phi_1^*)}{\hat{\sigma}^2} \right) \quad (3.14)$$

sendo $\hat{\sigma}^2$ e $\hat{\lambda}^2$ estimadores consistentes de σ^2 e λ^2 respectivamente, definidos por

$$\hat{\sigma}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2 \quad (3.15)$$

no qual $\hat{u}_t$ é estimador de u_t e

$$\hat{\lambda}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2 + \frac{2}{T} \sum_{j=1}^L \omega_j(L) \sum_{t=j+1}^T \hat{u}_t \hat{u}_{t-j} \quad (3.16)$$

com $\omega_j(L)$ dado por

$$\omega_j(L) = 1 - \frac{j}{L+1} \quad (3.17)$$

Na prática, Phillips e Perron (1988) sugerem usar

$$L = [T^{1/4}] \quad (3.18)$$

Morettin (2011) afirma que sob $H_0 : \phi_1^* = 0$, a estatística (3.14) tem a mesma distribuição limite que $\hat{\tau}_{ADF}$.

3.3. Identificação de Modelos ARIMA

Uma das fases mais críticas da abordagem de Box e Jenkins (1970) é a identificação do particular modelo ARIMA a ser ajustado ao conjunto de dados. Morettin e Toloi (2006) sugerem que a identificação é feita com base nas autocorrelações e autocorrelações parciais estimadas, que devem representar adequadamente as respectivas quantidades teóricas, as quais são desconhecidas. Neste trabalho, será ajustado um modelo ARMA à série temporal.

Vale ressaltar que o modelo ARMA assume estacionariedade da série. Sendo assim, deve-se primeiramente realizar os testes que verificam a existência de raiz unitária, para que seja obtido o processo ARMA(p, q) resultante.

3.4. Estimação de Modelos ARIMA

Identificado o modelo para a série temporal, seus parâmetros devem ser estimados.

Morettin e Toloi (2006) afirmam que em dado momento será necessário usar um procedimento iterativo de estimação não-linear de mínimos quadrados para a estimação. Consideremos um modelo $ARIMA(p,d,q)$ e coloquemos seus $p+q+1$ parâmetros no vetor $\xi = (\phi, \theta, \sigma_a^2)$, onde $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_p)$ e $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_q)$. Quando $d > 0$, supõe-se $\mu = 0$.

Para estimar ξ , um dos métodos empregados será o de máxima verossimilhança: dadas N observações, considera-se a função de verossimilhança $L(\xi | X_1, \dots, X_N)$ dada como função de ξ . Os estimadores de máxima verossimilhança (EMV) de ξ são os valores que maximizam L ou $l = \log L$.

Para determinar os EMV, trabalha-se com a suposição que o processo a_t é normal, ou seja, $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$. Nestas condições, os EMV são aproximadamente estimadores de mínimos quadrados (EMQ).

Morettin e Toloi (2006) sugerem que tomando-se d diferenças para alcançar estacionariedade, são obtidas $n = N - d$ observações $W_1, W_2, \dots, W_n$, onde $W_t = \Delta^d X_t$. Resulta um modelo $ARMA(p,q)$ estacionário, onde:

$$a_t = \tilde{W}_t - \phi_1 \tilde{W}_{t-1} - \dots - \phi_p \tilde{W}_{t-p} + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (3.19)$$

representa a equação do ruído branco e $\tilde{W}_t = W_t - \mu$.

Sob a suposição de normalidade dos a_t , a função densidade conjunta de $a_1, a_2, \dots, a_n$ é dada pela equação (3.20).

$$f(a_1, \dots, a_n) = (2\pi)^{-n/2} (\sigma_a)^{-n} \exp \left\{ -\sum_{t=1}^n a_t^2 / 2\sigma_a^2 \right\} \quad (3.20)$$

Considerando as equações (3.19) e (3.20), pode ser obtida a função de verossimilhança na equação (3.21).

$$\begin{aligned} & L(\xi | W, W^*, a^*) \\ &= (2\pi)^{-n/2} (\sigma_a)^{-n} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=1}^n (\tilde{W}_t - \phi_1 \tilde{W}_{t-1} - \dots - \phi_p \tilde{W}_{t-p} + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q})^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

É importante ressaltar que atualmente, o procedimento de estimação é realizado por softwares computacionais, os quais já incorporam os valores iniciais deste procedimento. Neste trabalho, será utilizado o software Eviews 7.1 para realizar tal estimação.

3.5. Diagnóstico de Modelos ARIMA

Estimados os parâmetros, alguns testes podem ser realizados para diagnosticar o modelo ajustado. Dois deles serão detalhados.

3.5.1. Teste de Box-Pierce-Ljung

Box e Pierce (1970) sugeriram um teste para as autocorrelações residuais estimadas, que pode indicar se estes valores são muito altos. Ljung e Box (1978) modificaram este teste, resultando na seguinte estatística:

$$Q(K) = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{\rho}_k^2}{(n-k)} \quad (3.22)$$

Tal estatística tem distribuição χ^2 com $K - p - q$ graus de liberdade, sendo p e q os graus do modelo $ARMA(p, q)$ ajustado. A hipótese de ruído branco (ausência de autocorrelação) para os resíduos é rejeitada para valores grandes de Q .

3.5.2. Teste de Autocorrelação Residual

Estimados os vetores ϕ e θ , as quantidades $\hat{a}_t = \hat{\theta}^{-1}(B)\hat{\phi}(B)W_t$ são chamadas de resíduos estimados ou simplesmente resíduos. Se o modelo for adequado, os $\hat{a}_t$ deverão estar próximos dos a_t e, portanto, deverão ser aproximadamente não-correlacionados.

Se indicarmos por $\hat{r}_k$ as autocorrelações dos resíduos $\hat{a}_t$, então é desejável ter $E(\hat{r}_k) \simeq 0$. Em particular, deseja-se ter, aproximadamente, $\hat{r}_k \sim N(0, \frac{1}{n})$. As estimativas de autocorrelações $\hat{r}_k$ são calculadas por

$$\hat{r}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n \hat{a}_t \hat{a}_{t-k}}{\sum_{t=1}^n \hat{a}_t^2} \quad (3.23)$$

Morettin e Toloi (2006) sugerem a comparação dos valores das autocorrelações residuais $\hat{r}_k$ com os limites $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$, que fornece uma indicação geral de possível quebra de comportamento de ruído branco em a_t , com a condição de que seja lembrado que, para pequenos valores de k , estes limites subestimarão a significância de qualquer discrepância. Desta forma, aceita-se a hipótese de dependência se os valores extrapolarem algum dos limites de controle. Caso contrário, os resíduos são considerados não-autocorrelacionados (f.a.c. e f.a.c.p. não-significativos) e, portanto, se comportam como um ruído branco.

4. CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSOS (CEP)

Uma vez modelada a série de tempo, deve-se buscar uma ferramenta para monitorar a estatística resultante do modelo ajustado, que sirva de auxílio durante o processo de tomada de decisão.

Com esta finalidade serão explicitados, neste capítulo, os fundamentos do CEP a serem utilizados no trabalho, incluindo os gráficos de controle, que constituem uma das mais importantes ferramentas de monitoramento de processos ou variáveis.

4.1. Controle Estatístico de Processos (CEP)

Segundo Montgomery (2001), o controle estatístico de processos (CEP) é uma poderosa coleção de ferramentas para solução de problemas que são úteis para atingir estabilidade do processo e melhorar sua capacidade através da redução de sua variabilidade.

De acordo com o mesmo autor, o principal objetivo do CEP é detectar rapidamente a ocorrência de causas especiais de forma que a investigação e a correção sejam executadas o mais cedo possível, antes que muitas unidades sejam produzidas.

O CEP pode ser utilizado em qualquer processo. Suas sete principais ferramentas são:

- Histograma ou diagrama de ramo e folhas;
- Folha de verificação;
- Gráfico de Pareto;
- Diagrama de causa-e-efeito;
- Diagrama de concentração de defeito;
- Diagrama de dispersão;
- Gráfico de controle.

Montgomery (2001) afirma que o CEP constrói um ambiente no qual todos os indivíduos de uma organização desejam melhorias contínuas em qualidade e produtividade. Quando tal ambiente é estabelecido, as sete ferramentas acima são aplicadas como se fossem rotinas, levando a organização a atingir seus objetivos de melhoria na qualidade.

4.2. Variabilidade e Causas

Costa (2008) sugere que a variabilidade de um processo pode ser compreendida como as diferenças existentes entre as unidades produzidas. A facilidade de observação destas diferenças aumenta à medida que a variabilidade cresce.

O mesmo autor cita Shewhart, que estudou a variabilidade dos processos desde o início da Revolução Industrial. Segundo ele, todo e qualquer processo, por mais bem projetado e bem controlado que seja, possui em sua variabilidade um componente impossível de ser eliminado: a variabilidade natural do processo, que é fruto de uma série de causas aleatórias, contra as quais pouco ou nada se pode fazer. Quando o processo apresenta apenas sua variabilidade natural, diz-se que ele está *em controle*.

Segundo Costa (2008), todos os processos também estão sujeitos à ocorrência ocasional de perturbações maiores, chamadas causas especiais, que têm o efeito de deslocar a distribuição da variável aleatória X , tirando sua média do valor-alvo e/ou aumentando sua dispersão. Uma causa especial significa um modo de operação anormal do processo e pode, portanto, ser corrigido ou eliminado. Um processo que opera com a presença de causas especiais, segundo Montgomery (2001), é denominado *fora de controle*. Exemplos de causas especiais são: máquinas mal ajustadas ou controladas, erros do operador, matéria-prima defeituosa.

No mercado financeiro, mais especificamente nos índices de Bolsas de Valores, há diversos exemplos de causas especiais:

- Alteração das condições macroeconômicas globais, como a redução de programa de compra de ativos pelo *Federal Reserve*, o Banco Central Americano, que resultou em aversão a risco;
- Incertezas relacionadas ao teto da dívida americana e um eventual calote;
- Bolhas de preços, como a Bolha da Internet do final da década de 90;
- Evento político de grande importância, por exemplo eleições presidenciais;

Estas causas especiais não só alteram a média do processo, como também sua variância.

4.3. Gráficos de Controle

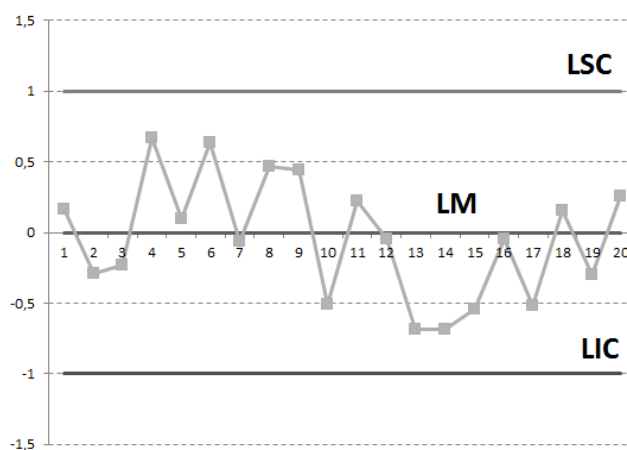
Costa (2008) afirma que a principal ferramenta utilizada para monitorar processos e sinalizar a presença de causas especiais são os gráficos de controle.

Esta ferramenta pode ser utilizada para monitorar um processo através de uma estatística pré-definida, como por exemplo a média amostral ou a amplitude amostral. Os principais elementos de um gráfico de controle são:

- Limite Superior de Controle (LSC): trata-se do valor a partir do qual interpreta-se um ponto como sinal de que o processo está fora de controle. Em outras palavras, se um ponto do gráfico se encontra acima deste limite, considera-se que alguma ação corretiva é necessária;
- Limite Inferior de Controle (LIC): representa a linha inferior do gráfico de controle, ou seja, o menor valor que um ponto pode atingir com o processo em controle. Caso haja um ponto abaixo deste limite, considera-se o processo fora de controle;
- Linha média (LM): é o valor esperado do processo ou da estatística (variável) que está sendo monitorada. Enquanto os pontos vão distribuindo-se aleatoriamente em torno desta linha, não se deve intervir no processo.

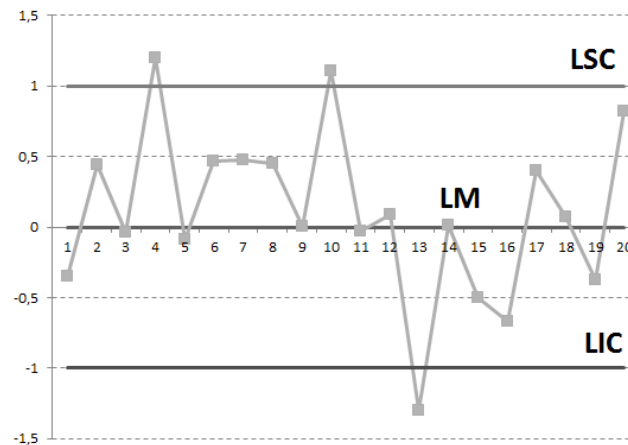
Exemplos de gráficos de controle com $LM = 0$, $LSC = 1$ e $LIC = -1$ se encontram nas figuras Figura 4-1 e Figura 4-2.

Figura 4-1: Exemplo de processo em controle



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

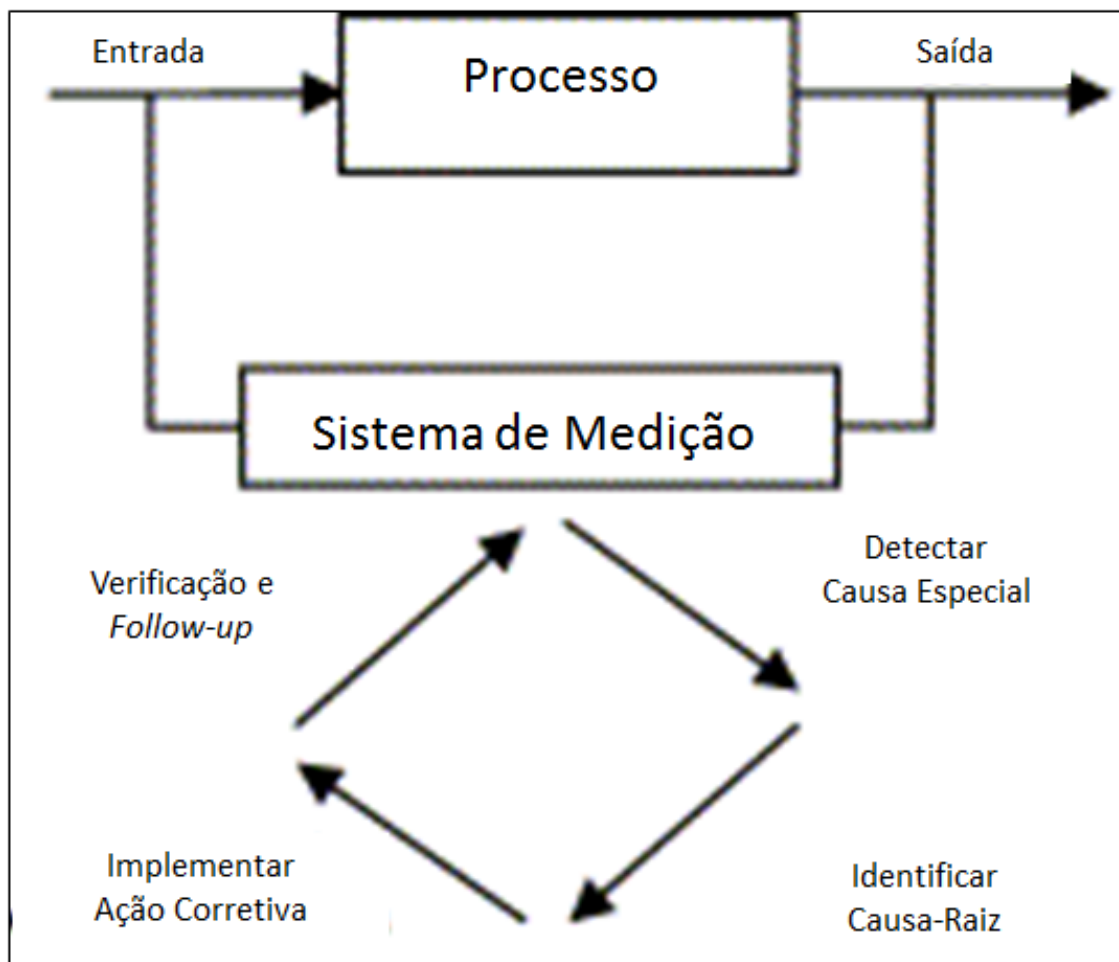
Figura 4-2: Exemplo de processo fora de controle



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Segundo Montgomery (2001), o uso mais importante de um gráfico de controle é para melhorar o processo. Tal melhoria ocorre da seguinte maneira (Figura 4-3):

Figura 4-3: Uso do gráfico de controle no processo



Fonte: Montgomery (2001)

O mesmo autor afirma que, em geral:

- I. Antes do uso de ferramentas de CEP, a maioria dos processos apresenta causas especiais;
- II. Consequentemente, o uso de gráficos de controle resulta na sinalização destas causas. Se elas forem eliminadas, a variabilidade do processo será reduzida, de forma a melhorá-lo;
- III. A ação a ser tomada para eliminar as causas especiais é de responsabilidade das áreas de gestão e operações.

No caso deste trabalho, a ação deve ser tomada pelo gestor de portfólios, que deve ajustar a posição no ativo em questão.

Os gráficos de controle podem ser classificados em dois tipos:

- i. Se a característica de qualidade é mensurável, ela é chamada de variável. Nestes casos, é comum medir a tendência central e a variabilidade desta característica, construindo os respectivos gráficos de controle para variáveis. Os gráficos $\bar{X}$ são comuns para estudar a tendência central, enquanto gráficos baseados na amplitude ou no desvio padrão da amostra são utilizados para estudar a variabilidade;
- ii. No entanto, muitas características de qualidade não são passíveis de medição, pois envolvem certo grau de subjetividade. Para este caso, são utilizados gráficos de controle para atributos.

Neste trabalho, será aplicado o primeiro tipo: gráfico de controle para variáveis, para que sejam detectados aumentos na média da variável monitorada.

4.4. Gráficos de Controle para Variáveis

Montgomery (2001) afirma que uma variável é uma característica de qualidade passível de mensuração numérica. Para lidar com uma característica que é variável, é comum o monitoramento de sua média e variabilidade. O controle da média do processo é normalmente feito através do gráfico de controle $\bar{X}$, enquanto o gráfico de controle R é amplamente utilizado para monitorar a variabilidade.

4.4.1. Gráficos $\bar{X}$ e R

O uso de um gráfico de controle para monitoramento de média equivale a testar as seguintes hipóteses:

- i. $H_0 : \mu = \mu_0$
- ii. $H_1 : \mu \neq \mu_0$

Já um gráfico de controle para a dispersão considera as hipóteses:

- I. $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$
- II. $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

Supondo uma variável com distribuição normal de média μ e desvio padrão σ conhecidos. Se $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ é uma amostra de tamanho n , então a média desta amostra é:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (4.1)$$

Sabe-se que $\bar{x}$ tem distribuição normal de média μ e desvio padrão $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$. Assim, pode-se usar os seguintes limites de controle:

$$\begin{aligned} LSC &= \mu + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ LM &= \mu \\ LIC &= \mu - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde α é o nível de significância do teste para a média e $Z_{\alpha/2}$ é o valor respectivo a ser encontrado na tabela da distribuição normal padrão.

Segundo Montgomery (2001), é comum substituir $Z_{\alpha/2}$ por 3, de forma a obter os limites de controle 3σ .

No caso de uma média amostral não estar no intervalo determinado pelos limites de controle, considera-se que a média não é mais igual a μ .

Na prática, entretanto, é mais comum não conhecermos a média e o desvio padrão da variável. Neste caso, elas devem ser estimadas de amostras ou subgrupos preliminares quando se considera o processo em controle.

Supondo m amostras, cada uma contendo n observações na característica a ser mensurada, podem ser obtidas as médias de cada amostra: $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$.

Logo, um estimador de μ pode ser:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_m}{m} \quad (4.3)$$

Para construir os limites de controle, precisa ser estimado o desvio padrão σ . Montgomery (2001) afirma que ele pode ser estimado tanto a partir dos desvios padrões quanto das amplitudes das m amostras. No segundo caso, se $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ é uma amostra de tamanho n , então a amplitude R é obtida pela diferença entre a maior e a menor observação:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Neste contexto, $R_1, R_2, \dots, R_m$ serão as amplitudes das m amostras. Sua média pode ser mostrada na seguinte equação:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m} \quad (4.4)$$

Assim, Montgomery (2001) constrói os limites de controle para o gráfico $\bar{x}$:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LM = \bar{\bar{x}} \quad (4.5)$$

$$LSC = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

onde os valores de A_2 são tabelados em Montgomery (2001).

Também é possível estimar σ a partir da seguinte equação:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (4.6)$$

onde d_2 é um valor tabelado em Montgomery (2001).

Desta maneira, obtêm-se os seguintes limites de controle:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \bar{R}$$

$$LM = \bar{\bar{x}} \quad (4.7)$$

$$LSC = \bar{\bar{x}} - \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \bar{R}$$

Confrontando as equações (4.5) e (4.7), pode-se extrair a relação entre os valores tabulados A_2 e d_2 :

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \quad (4.8)$$

De acordo com Montgomery (2001), os limites de controle para o gráfico R são:

$$LSC = D_4 \bar{R}$$

$$LM = \bar{R} \quad (4.9)$$

$$LSC = D_3 \bar{R}$$

onde D_3 e D_4 são constantes e tabulados para vários valores de n em Montgomery (2001).

Montgomery (2001) sugere a determinação analítica dos limites de controle para monitoramento da média, como mostra a equação (4.2). Contudo, em alguns casos a distribuição da variável monitorada não é conhecida. Nestas situações, como é o caso deste trabalho, são utilizados algoritmos de simulação para determinar os limites de controle.

4.5. Análise de Desempenho de Gráficos de Controle

Nesta seção, considera-se uma estatística $\{X_t, t \in Z\}$ a ser monitorada com a finalidade de se tomar uma decisão de intervenção em seu processo.

Costa (2008) sugere que o desempenho de gráficos de controle esteja associado à sua capacidade de detectar perturbações no processo. Este tipo de estudo é extremamente importante na obtenção dos limites de controle.

Sabe-se que existem duas decisões que podem ser tomadas sobre um processo: intervir ou não intervir. Além disso, o processo pode estar em controle ou fora de controle. Sendo assim, consideram-se as decisões relacionadas a gráficos de controle como testes de hipótese, onde:

- H_0 : o processo está em controle;
- H_1 : o processo está fora de controle.

Sendo assim, H_0 pode ser verdadeira ou falsa, e pode-se aceitar ou rejeitar H_0 . Estes resultados podem ser resumidos na Tabela 4-1: Resultados do teste de hipótese (probabilidades entre parênteses).

Tabela 4-1: Resultados do teste de hipótese (probabilidades entre parênteses)

Teste de Hipótese		Decisão	
		Não ocorre intervenção	Ocorre intervenção
Estado do processo	H_0 : Processo em controle	Decisão correta ($1 - \alpha$)	Erro do tipo I (α)
	H_1 : Processo fora de controle	Erro do tipo II (β)	Decisão correta ($1 - \beta$)

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

A hipótese H_0 é aceita como verdadeira todas as vezes que o valor da estatística monitorada estiver dentro dos limites de controle. Portanto, H_0 é considerada falsa sempre que este valor estiver fora dos limites de controle.

Costa (2008) afirma que quando a hipótese H_0 é verdadeira (o que caracteriza um processo isento de causas especiais), é razoável que muitos pontos da estatística monitorada X_t estejam dentro dos limites de controle do gráfico. No entanto, por tratar-se de um teste estatístico, existe o risco de um deles estar fora destes limites. A probabilidade α representa o risco de erroneamente considerar-se o processo fora de controle (alarme falso).

$$\alpha = P[X_t < LIC \text{ ou } X_t > LSC] \quad (4.10)$$

Isto significa que ocorre intervenção no processo na hora errada, quando ele se encontra em controle, caracterizando o Erro do tipo I.

Por outro lado, existe a possibilidade de H_0 ser aceita e o processo estar fora de controle. A probabilidade β representa o risco de erroneamente considerar-se o processo em controle (não-detecção).

Montgomery (2001) afirma que uma maneira de avaliar decisões relativas a tamanho e frequência de amostra é através do *Average Run Length* (ARL) do gráfico de controle. Trata-se, em termos práticos, do número de pontos que são plotados no gráfico até que seja considerada a condição fora de controle.

O cálculo do ARL é representado pela seguinte fórmula:

$$ARL = \frac{1}{p} \quad (4.11)$$

onde p é a probabilidade de qualquer ponto exceder os limites de controle.

Na hipótese H_0 (processo em controle), a probabilidade de um ponto sair dos limites de controle é α . Neste caso, pode-se calcular ARL_0 :

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (4.12)$$

Na hipótese H_1 (processo fora de controle), a probabilidade de um ponto sair dos limites de controle é $1 - \beta$. Assim, pode-se obter a fórmula do ARL_1 :

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta} \quad (4.13)$$

Quando a distribuição da estatística monitorada é conhecida, é possível determinar o ARL analiticamente. No entanto, em diversos casos esta determinação é muito complexa, o que sugere o uso de simulações para a obtenção dos valores ARL.

4.6. Gráficos de Controle CUSUM e EWMA

Os gráficos de controle vistos até este ponto do trabalho são baseados nos princípios desenvolvidos por Shewhart. Apesar de constituírem métodos eficazes e amplamente utilizados de CEP, possuem uma desvantagem. Segundo Montgomery (2001), qualquer gráfico de controle de Shewhart (por exemplo o gráfico $\bar{X}$ que monitora a média) utiliza somente a informação do processo contida no último ponto plotado, de forma a ignorar o restante da sequência de observações. Desta forma, tais gráficos não possuem sensibilidade a pequenos desvios no processo (por exemplo, $1,5\sigma$ ou menos).

Evidentemente, regras suplementares podem ser utilizadas para melhorar a sensibilidade do gráfico, como os chamados *warning limits* (limites intermediários de alerta, com valor absoluto menor que os próprios LSC e LIC), porém o autor defende que tal uso pode tornar mais complexa a interpretação do gráfico, além de possivelmente acarretar em redução do ARL observado, o que pode não ser desejável. Vale ressaltar que a simplicidade da regra de decisão (verificar se o último ponto está fora ou dentro dos limites de controle) é uma das razões do sucesso destes gráficos.

Costa (2008) afirma que para detectar grandes desvios de variáveis do processo, os gráficos de Shewhart são, de fato, muito eficientes. No entanto, à medida que os processos ficam mais robustos (com menos causas especiais), estes gráficos perdem a eficiência.

Com o intuito de resolver este problema, foram propostos dois tipos de gráficos de controle com memória:

- I. Gráfico de controle das Somas Acumuladas (CUSUM);
- II. Gráfico de controle da Média Móvel Ponderada Exponencialmente (EWMA).

Quando se utiliza uma destas ferramentas, a decisão sobre o estado do processo é baseada em informações acumuladas de diversas amostras, e não apenas da última. A detecção de pequenas variações ocorre com maior rapidez devido ao uso de evidências presentes em cada uma das amostras usadas para calcular a estatística do gráfico.

4.6.1. CUSUM

Segundo Montgomery (2001), o gráfico de controle CUSUM (*Cumulative Sum*, em inglês) incorpora diretamente toda a informação da sequência de valores amostrais através da

soma cumulativa dos desvios destes valores em relação a um valor alvo. No caso deste trabalho, o valor alvo é a média do processo.

Considerando μ_0 a meta para a média do processo, o gráfico de controle CUSUM é formado com as seguintes quantidades:

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0) \quad (4.14)$$

Neste caso, há um total de i amostras e a soma cumulativa até a i -ésima amostra é representada por C_i . Como se combina informação de diversas amostras, gráficos CUSUM são mais efetivos que os gráficos de Shewhart para detectar pequenos desvios no processo.

Neste trabalho, entretanto, serão utilizados os gráficos CUSUM tabular (ou algorítmico), que serão explicados a seguir.

Seja x_i a i -ésima observação do processo. Quando o processo estiver em controle, x_i terá distribuição normal com média μ_0 e desvio padrão σ . Assume-se que σ é conhecido ou possui estimador. Montgomery (2001) afirma que o CUSUM tabular acumula derivações de μ_0 que estejam acima da estatística C^+ ou abaixo de outra estatística C^- . O cálculo destas estatísticas é feito da seguinte maneira:

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (\mu_0 + D) + C_{i-1}^+] \quad (4.15)$$

$$C_i^- = \max[0, (\mu_0 + D) - x_i + C_{i-1}^-] \quad (4.16)$$

$$C_0^+ = C_0^- = 0 \quad (4.17)$$

onde x_i é o valor da série monitorada no instante i e D é chamado valor de referência, representando o desvio que se pretende detectar.

Montgomery (2001) propõe métodos analíticos para calcular o valor de D . Conceitualmente, D representa o desvio da média que se pretende detectar com este gráfico de controle. Se o desvio que se deseja detectar é expresso em termos do desvio padrão da série, o que está representado na equação (4.18), o cálculo analítico de D proposto pelo autor pode ser realizado segundo a equação (4.19).

$$\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma \quad (4.18)$$

$$D = \frac{\delta\sigma}{2} \quad (4.19)$$

Este trabalho propõe métodos para detectar deslocamentos da média para cima, portanto será adaptada a equação (4.15) para obter a estatística a ser monitorada. Seu cálculo está representado na equação (4.20).

$$C_t^+ = \max[0, R_t - (\mu_0 + K\sigma) + C_{t-1}^+] \quad (4.20)$$

onde R_t corresponde ao retorno no instante t , o desvio que se pretende detectar é expresso em termos do desvio padrão σ ($D = K\sigma$) e μ_0 é a média esperada dos retornos R_t .

Os limites de controle serão determinados por simulação, dada a complexidade das características da série R_t . Desta forma, diversos valores de K serão simulados no algoritmo elaborado em VBA, visando obter os limites de controle e ARL_1 respectivos.

A regra de decisão do gráfico CUSUM é:

- i. O processo está em controle se $C_t^+ \leq LSC$;
- ii. O processo está fora de controle se $C_t^+ > LSC$.

4.6.2. EWMA

Costa (2008) afirma que o gráfico de controle da Média Móvel Ponderada Exponencialmente, *Exponentially Weighted Moving Average* em inglês, ou EWMA, é outra alternativa para o gráfico de controle Shewhart, se o objetivo é detectar pequenos deslocamentos na média do processo. O gráfico EWMA apresenta desempenho bastante similar ao gráfico CUSUM e é geralmente utilizado com observações individuais.

Neste gráfico, são plotados valores da estatística z_i :

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)z_{i-1} \quad (4.21)$$

onde $0 < \lambda < 1$ é a constante de suavização, x_i é o valor da série temporal e o valor inicial z_0 é o valor alvo da média:

$$z_0 = \mu_0 \quad (4.22)$$

Montgomery (2001) propõe métodos analíticos para calcular os limites de controle e a constante de suavização λ .

No entanto, neste trabalho será utilizado um algoritmo de simulação para determinar os limites de controle, e serão testados diversos valores da constante λ como *inputs* do programa computacional.

A estatística a ser monitorada no gráfico EWMA neste trabalho é representada pela equação (4.23).

$$E_t = \lambda R_t + (1 - \lambda)E_{t-1} \quad (4.23)$$

onde λ é a constante de suavização, R_t é o retorno no instante t e $E_0 = \mu_0$, a média esperada dos retornos R_t . Serão utilizados diversos valores de λ no algoritmo elaborado para obter os limites de controle e os valores de ARL_1 correspondentes.

A regra de decisão do gráfico EWMA é:

- i. O processo está em controle se $E_t \leq LSC$;
- ii. O processo está fora de controle se $E_t > LSC$.

5. METODOLOGIA

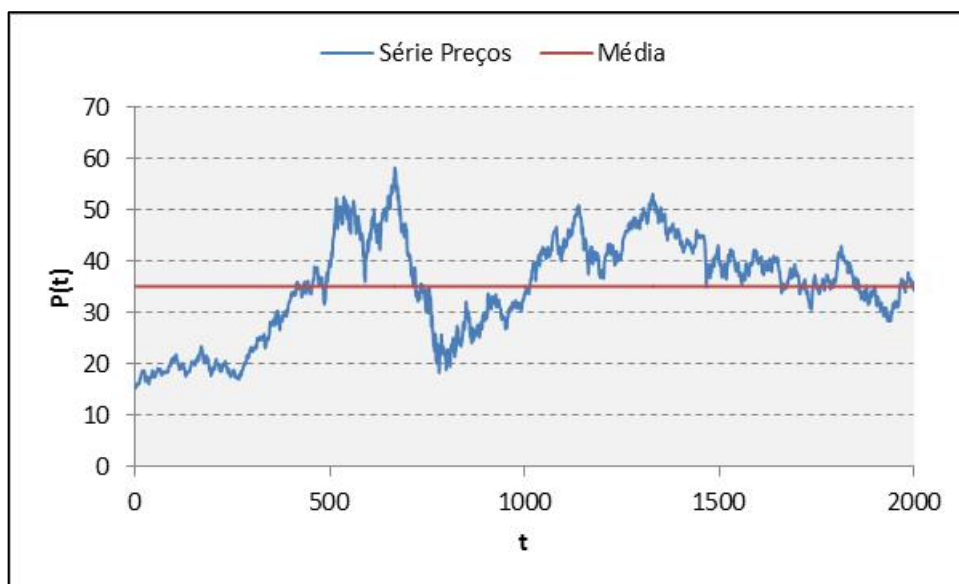
Este capítulo tem como objetivo explicitar a sequência de métodos a ser proposta pelo trabalho. Desta forma, pode-se aplicar esta metodologia em diversos casos reais, com a finalidade de obter gráficos de controle para monitorar a média de retornos de ativos financeiros. A aplicação desta metodologia num caso real está disponível no capítulo 6.

5.1. Série Temporal de Preços

O primeiro passo é a obtenção da série temporal de preços (P_t). Isto pode ser feito através de qualquer provedor de dados históricos de ativos financeiros, por exemplo *Bloomberg* ou *Thomson Reuters*.

Por se tratar de um ativo financeiro, é comum observar tendências, sazonalidade e dependência no gráfico da série de preços. A correta interpretação do gráfico é importante para determinar se há necessidade de transformação nesta série. Um exemplo de série histórica de preços está na Figura 5-1.

Figura 5-1: Exemplo Gráfico de Série de Preços



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

A necessidade de transformação decorre da não-estacionariedade da série, o que torna inválido o ajuste de um modelo ARMA. Na Figura 5-1, a série histórica aparenta não ser

estacionária. Caso se prefira um método quantitativo para determinar esta característica, podem ser utilizados os testes propostos na seção 5.4 (Estacionariedade).

5.2. Série Temporal de Retornos

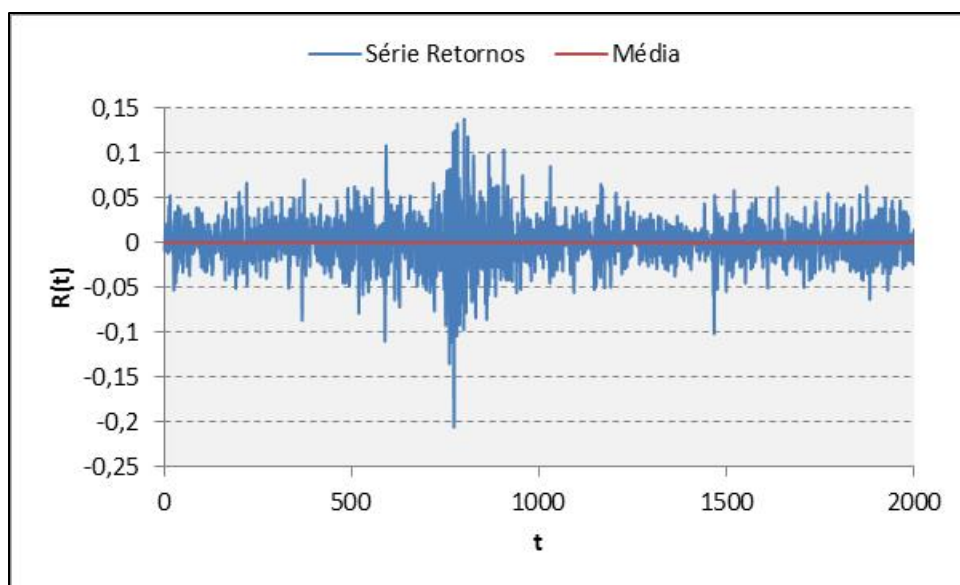
Caso a série de preços não seja adequada para modelagem via ARMA, propõe-se o uso da série de retornos, ou log-retornos (R_t), devido à presença de propriedades estatísticas mais interessantes para a modelagem. Eles são livres de escala e normalmente são estacionários.

Tal série pode ser obtida via uma transformação da série original de preços, realizada a partir da equação (5.1).

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (5.1)$$

Um exemplo da série de retornos é a Figura 5-2. Visualmente, nota-se que a série aparenta ter comportamento estacionário.

Figura 5-2: Exemplo Gráfico de Série de Retornos



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Uma alternativa ao uso de log-retornos, caso a modelagem se mostre inadequada, é o uso do retorno líquido simples, calculado na equação (5.2).

$$RLS_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (5.2)$$

5.3. Normalidade

Nesta etapa, será estudada a distribuição de probabilidades da série de retornos. A Revisão Bibliográfica (seção 2.3) sugere que os retornos em geral não apresentam comportamento normal, devido a caudas mais pesadas.

A distribuição dos retornos será analisada a partir de três ferramentas: Histograma, Gráfico Quantil x Quantil e Teste de Jarque-Bera.

5.3.1. Histograma e Estatísticas Descritivas

O histograma da série de retornos deve aparentar ser aproximadamente simétrico. Espera-se também que a curva de distribuição de frequências seja leptocúrtica (ou mais fechada que a curva normal), o que pode ser visualizado no histograma.

Este trabalho também propõe a visualização das principais estatísticas descritivas da série de retornos, pois são um complemento ao histograma. De acordo com a literatura, a estimativa de curtose deve superar 3, caracterizando o excesso de curtose.

Na prática, as constatações acima significam que embora a distribuição dos retornos esteja concentrada próxima à média, os eventos de cauda são mais comuns e relevantes nesta série temporal.

5.3.2. Gráfico Quantil x Quantil

A presença de caudas mais pesadas faz com que a série de retornos não siga a distribuição normal, o que pode ser visualizado através do Gráfico Quantil x Quantil. Um exemplo deste gráfico se encontra na Figura 2-1. Os pontos relativos à série devem sobrepor a reta teórica da distribuição normal para comprovar a aderência.

5.3.3. Teste de Jarque-Bera

O teste de Jarque-Bera pode ser utilizado para testar a distribuição de probabilidades da série. A estatística S leva em consideração as estimativas de assimetria ($\hat{A}$), curtose ($\hat{K}$) e o número de amostras (N). Seu cálculo é dado por: $S = \left(\frac{N}{6}\right)\hat{A}^2 + \left(\frac{N}{24}\right)(\hat{K} - 3)^2$.

Caso a série siga a distribuição gaussiana, S segue uma distribuição χ^2 com dois graus de liberdade.

5.4. Estacionariedade

Esta etapa consiste em verificar uma propriedade importante para o uso de modelos ARMA: a estacionariedade da série. Dois testes de raiz unitária são propostos para esta verificação e podem ser executados no software Eviews 7.1:

- I. Teste *Augmented Dickey-Fuller*;
- II. Teste *Phillips-Perron*.

Caso a série possua raiz unitária, pode-se dizer que ela não converge, ou seja, não possui média constante ao longo do tempo. Os choques sofridos pelos retornos, neste caso, são permanentes.

5.5. Independência

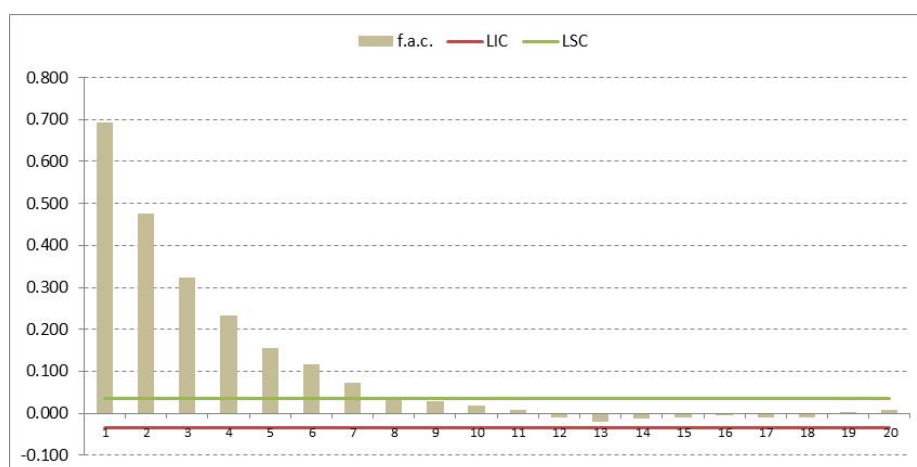
Esta etapa é dedicada à análise da dependência entre as amostras da série, realizada através das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial. Em outras palavras, pretende-se verificar a influência de valores passados da própria série em seu valor atual. Propõe-se a visualização gráfica do perfil de autocorrelações da série, junto com seus limites de controle $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$, para se detectar a defasagem até a qual as f.a.c. e f.a.c.p. são significativas. O principal objetivo desta análise é determinar a ordem do modelo ARMA a ser ajustado, ou seja, os valores dos parâmetros p e q . Os valores de f.a.c. e f.a.c.p. para as diferentes defasagens são obtidos através do software Eviews 7.1.

De forma complementar, pode-se realizar o teste de Box-Pierce-Ljung, o qual determina que valores maiores da estatística Q (Q -stat no software Eviews 7.1) indicam maior dependência entre os elementos da série. Tais valores são encontrados no correlograma, bem como seus respectivos níveis descritivos.

5.6. Identificação, Estimação e Diagnóstico do Modelo para a Média

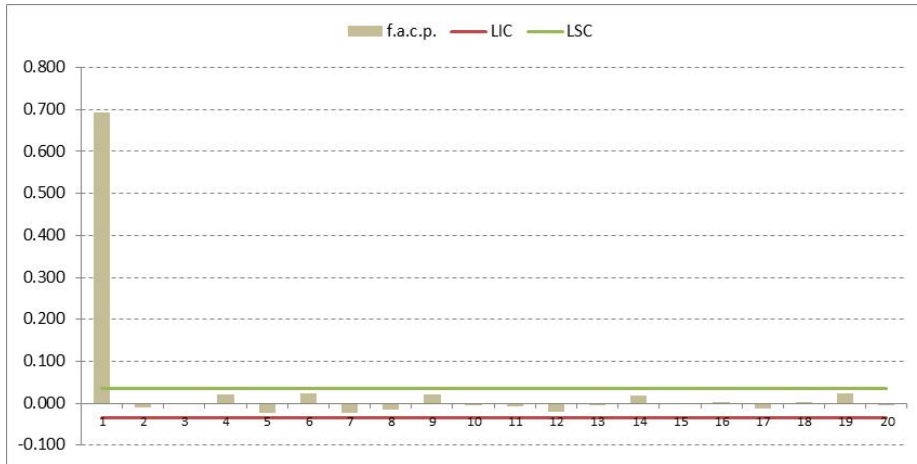
Para modelos AR e MA puros, as autocorrelações e autocorrelações parciais devem se comportar de acordo com o padrão descrito na Revisão Bibliográfica (seção 3.1). O modelo AR puro, por exemplo, possui f.a.c. (Figura 5-3) que decai no decorrer das defasagens, enquanto a f.a.c.p. (Figura 5-4) só é diferente de zero na primeira defasagem. Sendo assim, se forem encontrados perfis de f.a.c. e f.a.c.p. semelhantes a estas figuras, pode-se concluir que o modelo adequado é o AR puro. O mesmo raciocínio é válido para modelos MA puros.

Figura 5-3: Exemplo de f.a.c. de um modelo AR Puro



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 5-4: Exemplo de f.a.c.p. de um modelo AR Puro



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

No entanto, em muitos casos tal comportamento não ocorre, ou seja, apesar de se conhecer os valores de p e q , não é trivial definir se o modelo mais adequado é AR, MA ou ARMA. Além disso, os componentes AR e MA podem não ter muita influência no modelo, o que torna seus resíduos maiores em termos absolutos. Neste caso, pode-se introduzir uma ou mais variáveis exógenas ao modelo, com o objetivo de reduzir seus resíduos e aproximá-lo da realidade.

Desta forma, o método proposto pelo trabalho consiste em ajustar três modelos distintos, realizando seus diagnósticos com a finalidade de selecionar o melhor:

- i. Regressão em duas etapas. A primeira consiste em ajustar um modelo de auto-regressão dos retornos. A segunda consiste em regressão linear dos resíduos da primeira etapa, utilizando a variável exógena como independente. O diagnóstico do modelo é feito a partir dos resíduos da segunda etapa.

O modelo de auto-regressão está representado na equação (5.3).

$$R_t = \phi_1 R_{t-1} + \phi_2 R_{t-2} + \dots + \phi_p R_{t-p} + a_t \quad (5.3)$$

onde o processo R_t representa a série de retornos e a_t é o resíduo da primeira etapa.

A regressão linear dos resíduos da primeira etapa é realizada segundo a equação (5.4).

$$a_t = \beta_1 \cdot W_{1,t} + \beta_2 \cdot W_{2,t} + \dots + \beta_J \cdot W_{J,t} + b_t \quad (5.4)$$

onde b_t é o resíduo da segunda etapa, β_j é o coeficiente de regressão linear da j -ésima variável exógena e $W_{j,t}$ é o valor da j -ésima variável exógena no instante t , sendo que são utilizadas J variáveis exógenas.

- ii. Regressão em duas etapas. A primeira consiste em regressão linear dos retornos utilizando a variável exógena como independente. A segunda consiste em auto-regressão dos resíduos da primeira etapa. O diagnóstico do modelo é feito a partir dos resíduos da segunda etapa.

A regressão linear dos retornos é realizada segundo a equação (5.5).

$$R_t = \beta_1 \cdot W_{1,t} + \beta_2 \cdot W_{2,t} + \dots + \beta_J \cdot W_{J,t} + a_t \quad (5.5)$$

onde o processo R_t representa a série de retornos, β_j é o coeficiente de regressão linear da j -ésima variável exógena, $W_{j,t}$ é o valor da j -ésima variável exógena no instante t e a_t é o resíduo desta primeira etapa.

Em seguida, modela-se o resíduo a_t da equação (5.5) através da equação (5.6).

$$a_t = \phi_1 a_{t-1} + \phi_2 a_{t-2} + \dots + \phi_p a_{t-p} + b_t \quad (5.6)$$

onde b_t é o resíduo da segunda etapa.

- iii. Regressão mista, utilizando auto-regressão e regressão linear ao mesmo tempo (variável exógena independente). Diagnóstico do modelo a partir dos resíduos obtidos.

Esta regressão, diferente das duas primeiras, é realizada em apenas uma etapa, mostrada na equação (5.7).

$$R_t = \beta_1 \cdot W_{1,t} + \beta_2 \cdot W_{2,t} + \dots + \beta_J \cdot W_{J,t} + \phi_1 R_{t-1} + \phi_2 R_{t-2} + \dots + \phi_p R_{t-p} + a_t \quad (5.7)$$

onde o processo R_t representa a série de retornos, β_j é o coeficiente de regressão linear da j -ésima variável exógena, $W_{j,t}$ é o valor da j -ésima variável exógena no instante t e a_t é o resíduo.

O Eviews 7.1 estima os vetores ϕ e β para todas as equações de modelagem propostas pelo trabalho. Haverá valores significativos e não-significativos destes coeficientes. Assim deve-se sempre selecionar somente os coeficientes significativos para obter o modelo final.

Estimados os coeficientes, deve ser realizado o diagnóstico do modelo. Para tal, serão analisadas as f.a.c. e f.a.c.p. dos resíduos, que podem ser obtidos no software Eviews 7.1. Estes valores serão comparados aos valores-limite $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$ com a finalidade de verificar a dependência dos resíduos. Caso eles sejam dependentes, a hipótese de ruído branco é rejeitada e o modelo é considerado inválido. O teste de Box-Pierce-Ljung também pode ser realizado com este propósito, sendo que o correlograma dos resíduos deve apresentar valores baixos de Q para se aceitar a hipótese de eliminação de autocorrelação serial.

5.7. Determinação dos Limites de Controle

Identificado o modelo para a série, o próximo passo consiste em obter os limites de controle. Como sua determinação analítica é complexa, em virtude das peculiaridades das distribuições de retornos, serão realizados algoritmos de simulação para cada tipo de gráfico de controle, os quais levam em conta diversos parâmetros, a serem discutidos a seguir. O gráfico de controle terá o objetivo de detectar aumentos na média. Portanto, será obtido somente o limite superior de controle. Os códigos de simulação elaborados em VBA se encontram no Apêndice A: Códigos dos Algoritmos VBA.

A literatura sugere o uso de três desvios-padrões para gráficos de média, quando o processo adere à distribuição gaussiana. O erro tipo I tem probabilidade $\alpha = 0,0027$ neste caso, de forma que $ARL_0 \approx 370$. No entanto, a série de retornos analisada neste trabalho já mostrou não aderir à normal, o que torna inválida esta determinação de limite de controle. Ainda, o valor de 370 não condiz com a realidade deste trabalho, uma vez que 370 dias úteis equivalem a aproximadamente um ano e meio, um período muito longo. Sendo assim, o algoritmo utilizará um valor alvo ARL_0^{alvo} mais adequado ao caso real, ajustando o limite de controle de acordo com os valores ARL_0 encontrados nas simulações. Conceitualmente, este número representa o tempo para que ocorra um alarme falso, ou seja, uma intervenção com o processo em controle. Assim, se for escolhido um número muito baixo, teoricamente haverá

muitos alarmes falsos (intervenções desnecessárias). Já se o valor for excessivamente alto, o gráfico perde eficiência, pois serão necessárias mais amostras para a sinalização do desvio da média (maiores ARL_1). Desta forma, foi escolhido o valor de 100 dias (úteis), que equivalem a um período entre 4 e 5 meses.

O cálculo dos limites de controle é realizado sob a hipótese H_0 (processo em controle), ou seja, supõe-se que não há desvios na média.

O funcionamento do algoritmo pode ser resumido nos seguintes passos:

- I. Gera-se um número aleatório aderente à distribuição normal para que seja possível a geração do retorno R_t no instante t ;
- II. Compara-se este valor com o limite de controle para verificar se o limite foi ultrapassado;
- III. Em caso negativo, avança-se para o instante $t+1$ e são executados novamente os passos I e II. Em caso positivo, armazena-se o valor atual de t , que na prática reflete o número de amostras que foram necessárias para se ultrapassar o limite de controle;
- IV. Os passos I, II e III são repetidos $NumSim$ vezes, de modo a obter o ARL_0 médio das $NumSim$ iterações.
- V. Caso tal valor seja menor que ARL_0^{alvo} , aumenta-se o limite de controle em add quantidades e o processo é reiniciado no passo I. Com o limite de controle maior, a tendência é o aumento do ARL_0 médio encontrado nas $NumSim$ simulações. Finalmente, será atingido ARL_0^{alvo} , encerrando o algoritmo. O valor atual do limite de controle é considerado definitivo.

Esta sequência é válida para obtenção dos limites de controle do gráfico tipo Shewhart. Nos casos CUSUM e EWMA, a diferença é a estatística monitorada, obtida no passo I. As estatísticas específicas destes gráficos devem ser calculadas a partir do retorno R_t . Evidentemente, elas têm suas próprias premissas, a serem definidas nos tópicos seguintes.

Do ponto de vista prático, os passos de I a V elevam gradualmente o limite de controle até que o alvo de 100 amostras para intervenção no processo seja atingido. O número de simulações $NumSim$ e a precisão do limite de controle (valor acrescido a cada iteração) são

fundamentais para o sucesso na obtenção dos limites de controle. Quanto mais simulações, mais precisa é a estimativa de ARL_0 e quanto menos se acresce o limite de controle, maior sua precisão.

Os *inputs* gerais, válidos para os três gráficos de controle, são:

- *NumSim* é o número de simulações a serem feitas para se obter a média dos valores de ARL_0 ;
- $R_t = EX_t + AR_t + a_t$ é o retorno simulado no instante t ;
- $EX_t = \beta_1 \cdot W_{1,t} + \beta_2 \cdot W_{2,t} + \dots + \beta_J \cdot W_{J,t}$ é o componente de variáveis exógenas utilizadas na regressão, onde $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_J$ são os coeficientes das J variáveis exógenas a serem utilizadas;
- $AR_t = \phi_1 R_{t-1} + \phi_2 R_{t-2} + \dots + \phi_p R_{t-p}$ é o componente auto-regressivo da equação do modelo, sendo que $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ são os coeficientes da auto-regressão de ordem p obtidos na saída da regressão realizada no software Eviews 7.1;
- *Add* é a precisão do limite de controle a ser obtido, ou seja, é a quantidade numérica a ser adicionada ao limite de controle cada vez que for elevado;
- ARL_0^{alvo} é o valor de ARL_0 que se deseja. Até que ele seja atingido, os limites de controle continuam sendo aumentados;
- *Std*: é a estimativa de desvio padrão. Utiliza-se o erro-padrão da regressão, que corresponde a uma das saídas do software Eviews 7.1 após a estimação do modelo;

5.7.1. Retornos

O primeiro gráfico de controle a ser analisado é o gráfico tipo Shewhart das médias dos retornos. A obtenção do limite de controle deste gráfico utiliza somente as premissas já incluídas no tópico anterior. O fluxograma que representa o algoritmo criado em VBA para esta finalidade está na Figura 5-5.

5.7.2. CUSUM

A obtenção do limite de controle para o gráfico CUSUM envolve os *inputs* gerais (detalhados no início da seção 5.7) e algumas premissas específicas:

- K : serão utilizados seis valores diferentes para K : 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.50 e 2.00;
- $\mu_0 = 0$ é o parâmetro para média do gráfico CUSUM.

Seu fluxograma está na Figura 5-7.

O funcionamento do algoritmo é semelhante ao explicado para o gráfico Shewhart, porém a estatística a ser monitorada é C_t^+ , que é calculado com base na equação (5.8).

$$C_t^+ = \max[0, R_t - (\mu_0 + K\sigma) + C_{t-1}^+] \quad (5.8)$$

Percebe-se que a estatística C_t^+ acumula os desvios da média que são superiores a $K\sigma$, sendo que quando a quantidade $R_t - (\mu_0 + K\sigma) + C_{t-1}^+$ se torna negativa, a estatística é zerada. Quanto maior o valor de K , menores são os valores de C_t^+ , o que naturalmente eleva os valores de ARL_0 para que seja atingido um mesmo limite de controle. Em outras palavras, ARL_0^{alvo} é atingido com menos acréscimos ao limite de controle. Sendo assim, espera-se que quanto maior K , menor é o limite de controle obtido.

É obtido um valor de limite de controle final para cada valor de K utilizado.

5.7.3. EWMA

A obtenção do limite de controle para o gráfico EWMA envolve, além dos *inputs* gerais já definidos, premissas específicas:

- λ : serão empregados seis valores diferentes para λ : 0.05, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70 e 0.90;
- $\mu_0 = 0$ é o parâmetro para média do gráfico EWMA.

O fluxograma da simulação do limite de controle está na Figura 5-9.

A estatística a ser monitorada é E_t , calculada através da equação (5.9).

$$E_t = \lambda R_t + (1 - \lambda)E_{t-1} \quad (5.9)$$

Vale ressaltar que quanto maior o valor de λ , maior o peso do valor atual da série, em detrimento dos valores anteriores.

Obtém-se um valor de limite de controle para cada λ utilizado.

5.8. Cálculo do ARL Fora de Controle

Neste passo, simula-se um processo fora de controle sob a hipótese H_1 . Para isto, um número de desvios padrões $\delta \cdot std$ será incorporado ao modelo de R_t , deslocando o modelo da média para cima. Os *inputs* gerais (detalhados no início da seção 5.7) são válidos para este algoritmo. Acrescentam-se duas novas premissas:

- LC é o limite de controle do gráfico, já obtido através dos métodos da seção 5.7;
- δ : é o número de desvios padrões que se deseja mover a média para o cálculo do ARL fora de controle. É denotado por “*addmedia*” no algoritmo de simulação.

Não são considerados, evidentemente, os valores ARL_0^{alvo} nem *Add*, uma vez que limites de controle já estão dados. Assim, o objetivo final destas simulações é obter a média dos ARL_1 . Em outras palavras, busca-se o número médio de amostras necessários para se intervir no processo, sendo que ele está fora de controle. Desta forma, como o gráfico visa detectar aumentos na média, um valor menor de ARL_1 indica melhor desempenho do gráfico de controle.

Os valores de δ a serem testados são: 0.00 (processo em controle), 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.50 e 2.00.

O funcionamento do algoritmo possui pequenas diferenças em relação ao algoritmo de obtenção de limites de controle. Ainda assim, é válido mostrar os seus principais passos:

- I. O retorno R_t no instante t é gerado a partir do número aleatório que segue a distribuição gaussiana;
- II. Compara-se este valor com o limite de controle, já definido, para verificar se o limite foi ultrapassado;
- III. Em caso negativo, avança-se para o instante $t+1$ e são executados novamente os passos I e II. Em caso positivo, armazena-se o valor atual de t , que na prática reflete

o número de amostras que foram necessárias para se ultrapassar o limite de controle;

- IV. Os passos I, II e III são repetidos $NumSim$ vezes, de modo a obter o ARL_1 médio das $NumSim$ iterações.

5.8.1. Retornos

Utilizando os *inputs* gerais (detalhados no início da seção 5.7), aliados às duas novas premissas, pode-se simular o desempenho do gráfico de Shewhart para um processo fora de controle. Os deslocamentos da média serão incorporados pela equação do modelo R_t .

O fluxograma de simulação do ARL_1 para deslocamento da média está representado na Figura 5-6.

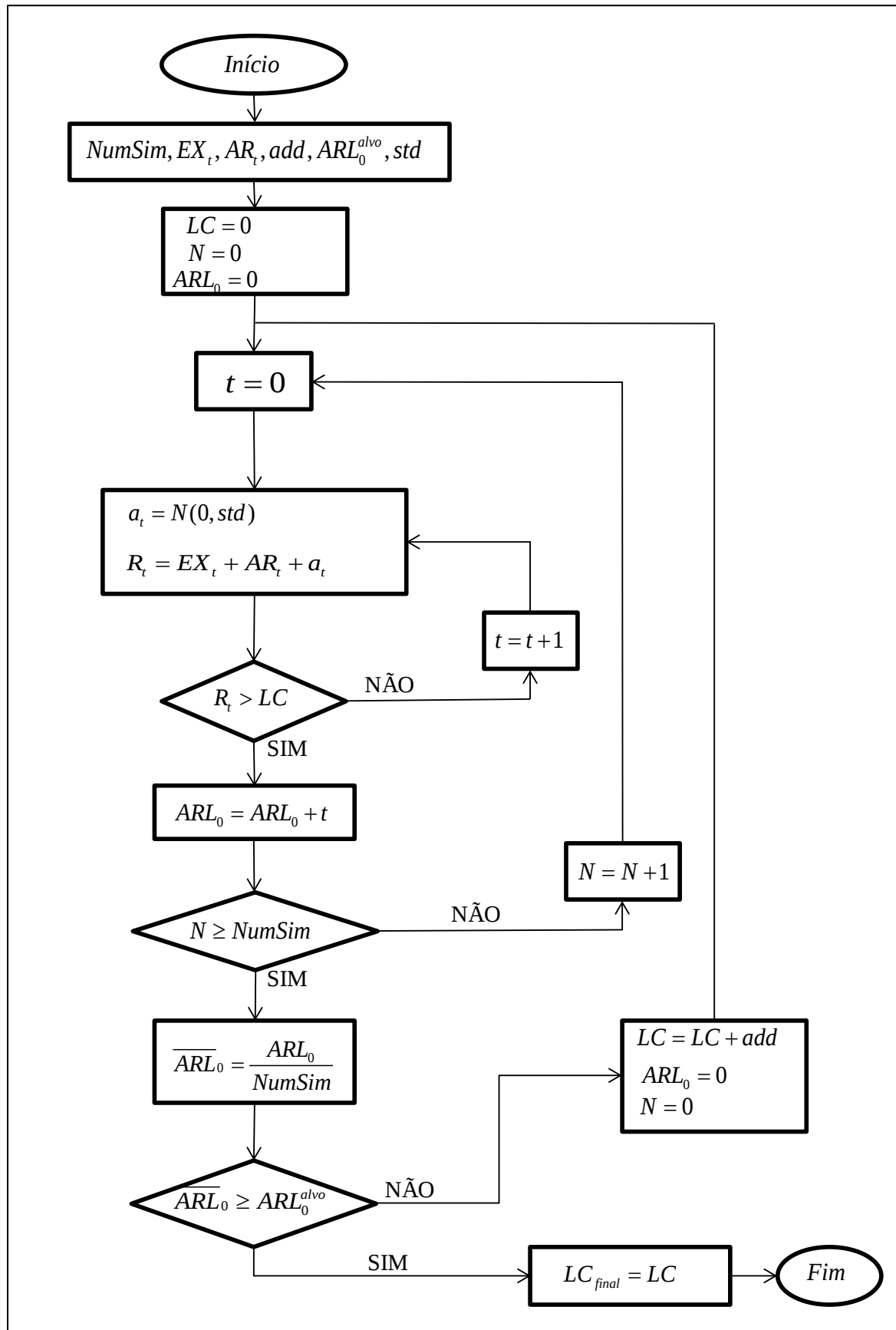
5.8.2. CUSUM

O fluxograma que mostra o algoritmo de simulação para os ARL fora de controle para o gráfico CUSUM está na Figura 5-8.

5.8.3. EWMA

O funcionamento do algoritmo de simulação dos ARL_1 está na Figura 5-10.

Figura 5-5: Fluxograma – Limites de Controle – Shewhart



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 5-6: Fluxograma – ARL fora de controle – Shewhart

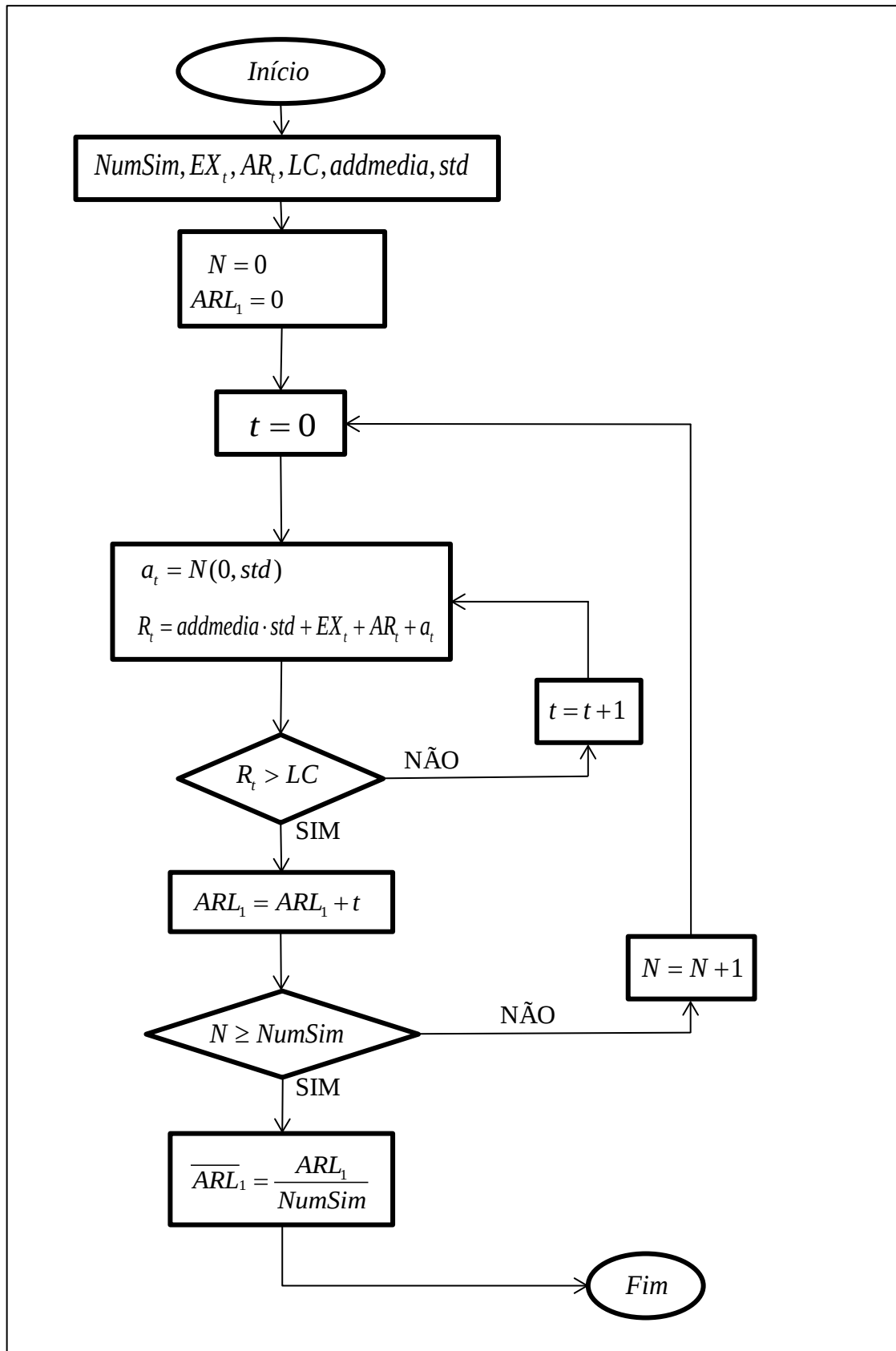


Figura 5-7: Fluxograma – Limites de Controle – CUSUM

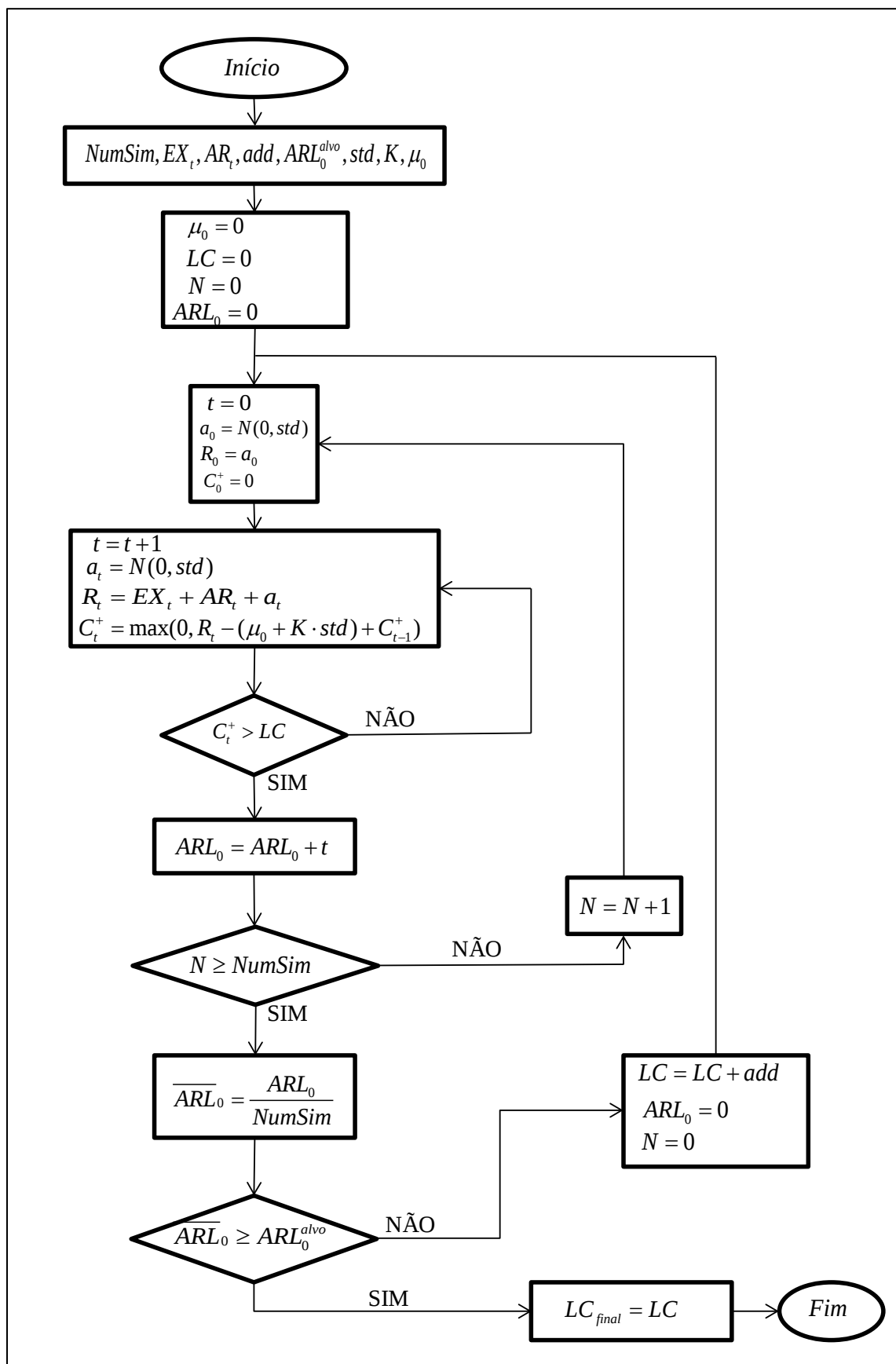
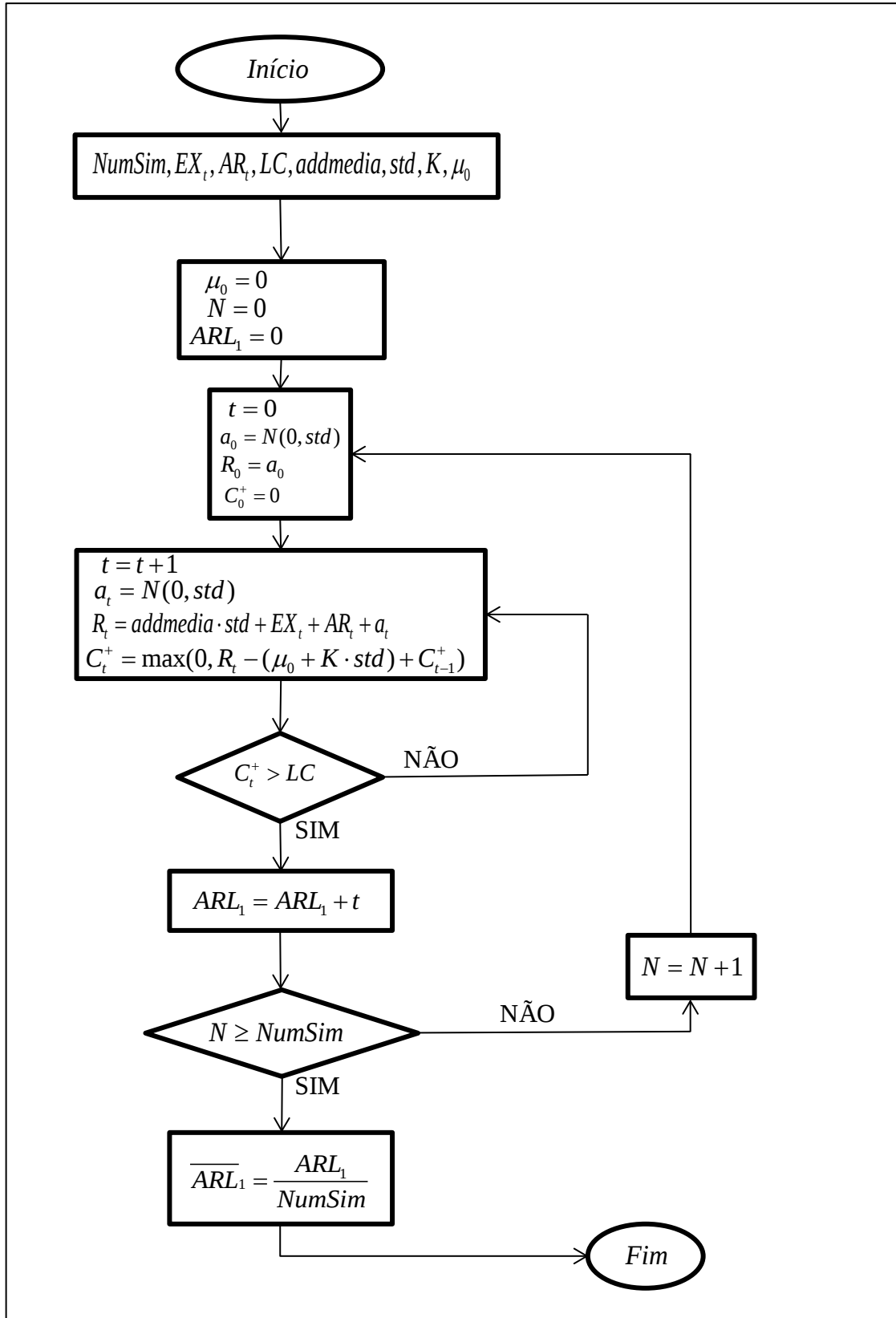
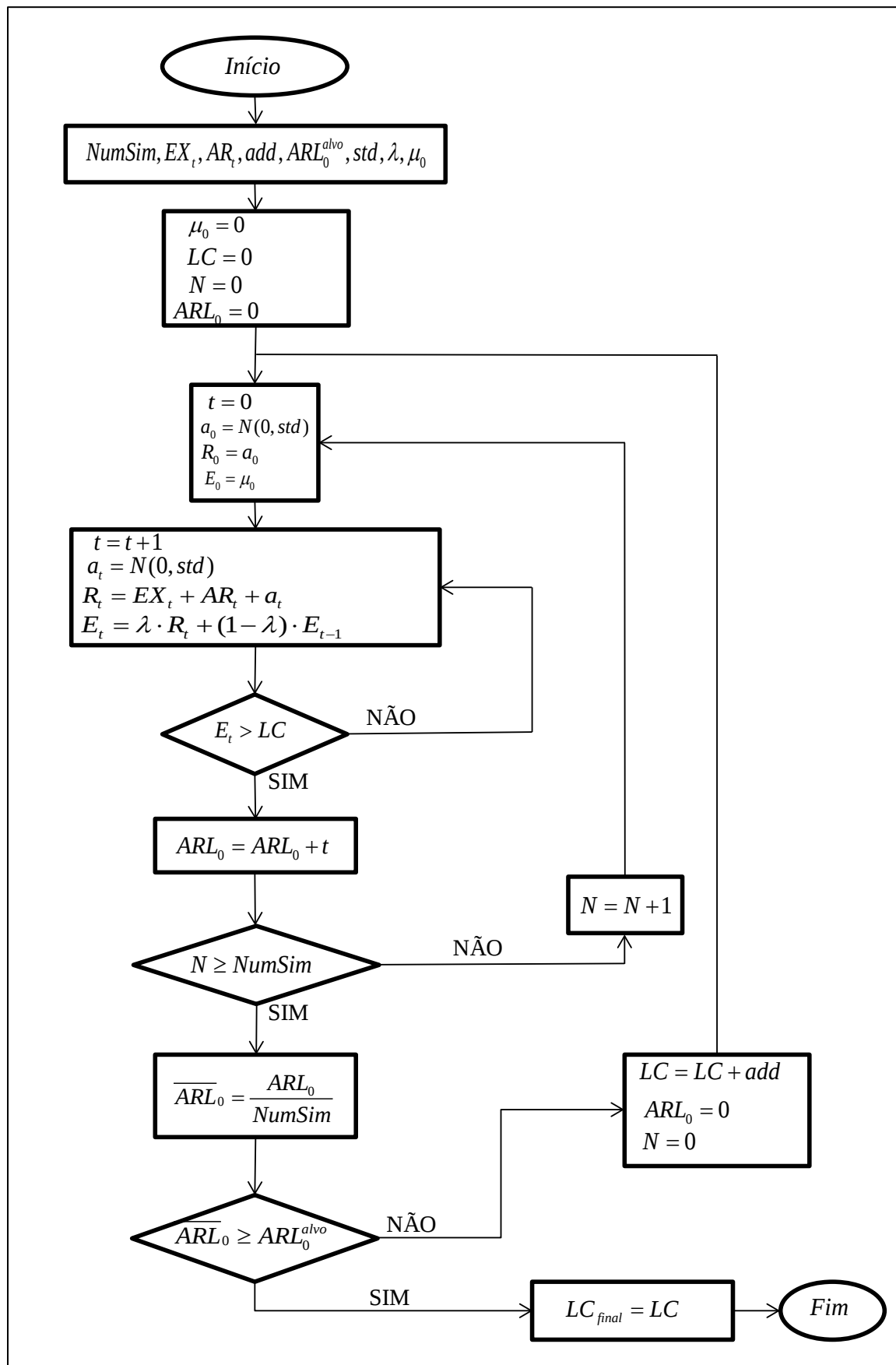


Figura 5-8: Fluxograma – ARL fora de controle – CUSUM



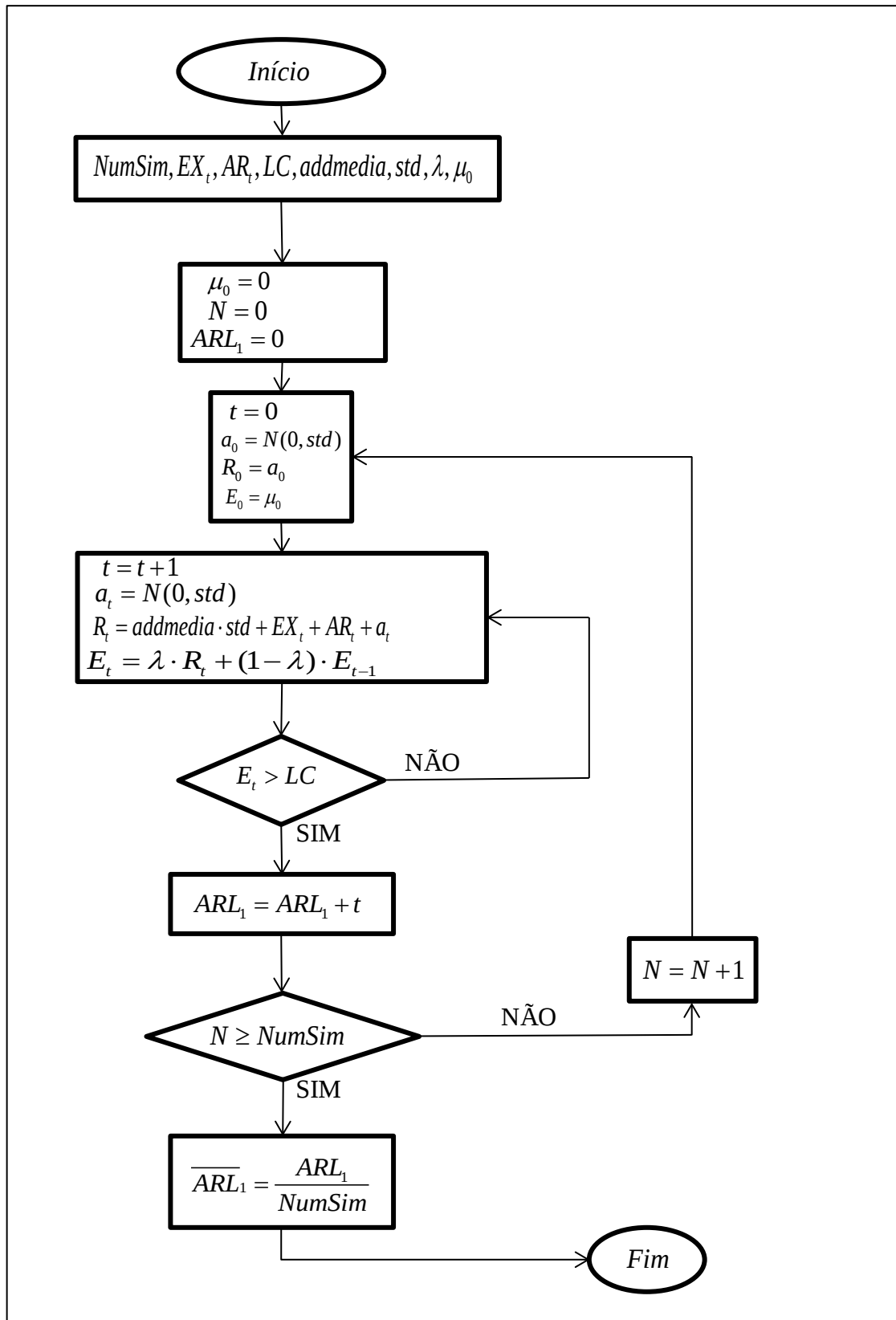
Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 5-9: Fluxograma – Limites de Controle – EWMA



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 5-10: Fluxograma – ARL fora de controle – EWMA



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

5.9. Resultados e Comparação

Este trabalho propõe estudar a real vantagem de cada um dos três gráficos de controle, isto é, buscar as situações em que cada um possui melhor desempenho. No entanto, antes de comparar os gráficos entre si, selecionam-se os parâmetros a serem adotados em cada tipo de gráfico, pois estes valores afetam diretamente o seu desempenho. Por exemplo, dependendo da série temporal de retornos analisada, o gráfico EWMA com $\lambda = 0.50$ pode obter valores de ARL_1 mais baixos que um gráfico do mesmo tipo com $\lambda = 0.10$. Neste caso, deve-se escolher $\lambda = 0.50$ para construir o gráfico EWMA que será comparado aos outros dois tipos de gráfico.

Sendo assim, esta seção consiste em duas diferentes análises:

- I. Análise específica de cada gráfico: consiste na obtenção dos parâmetros K e λ que apresentem menores ARL_1 . No caso do gráfico tipo Shewhart, este passo é desnecessário;
- II. Análise comparativa entre os três gráficos: a partir dos parâmetros, pode-se construir um gráfico de controle de cada tipo, para posterior comparação entre si. Tem-se o objetivo de analisar o desempenho de cada um no caso real.

Espera-se que os gráficos de controle com memória tenham maior vantagem em relação ao gráfico do tipo Shewhart quanto menor for o desvio da média.

6. CASO REAL

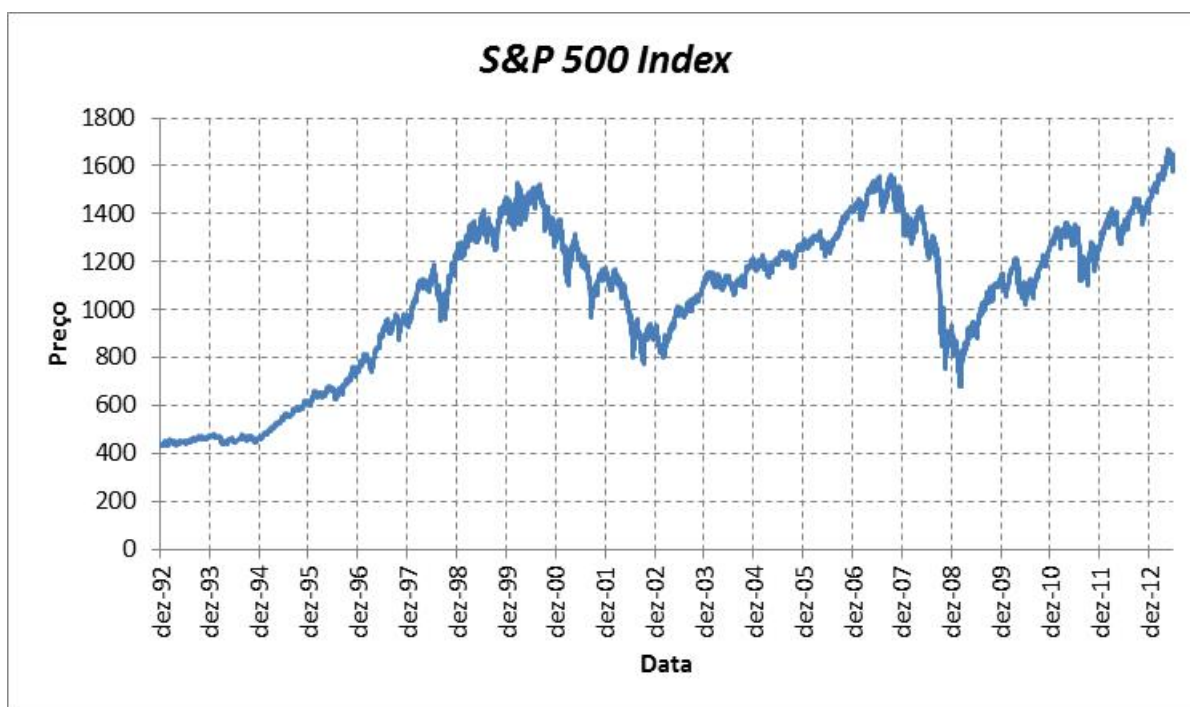
Neste capítulo, a metodologia proposta pelo trabalho e fundamentada pela revisão bibliográfica será aplicada num caso real.

Foi selecionado o ativo *S&P 500 Index*, um índice composto por 500 ações listadas na NYSE (*New York Stock Exchange*) ou na NASDAQ (*National Association of Securities Dealers Automated Quotations*). Ele reflete o desempenho ponderado destas 500 ações, fornecendo uma boa aproximação do mercado de ações americano e, portanto, é acompanhado por muitas instituições financeiras.

6.1. Série Temporal de Preços

A série histórica a ser utilizada para análise é composta pelas cotações de fechamento do ativo *S&P 500 Index* entre o final de 1992 e junho de 2013. Ela foi obtida no terminal *Bloomberg*. O gráfico da série temporal de preços está na Figura 6-1.

Figura 6-1: Série de Preços *S&P 500 Index*



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

As principais estatísticas desta série foram obtidas no software Excel 2010 e estão na Tabela 6-1.

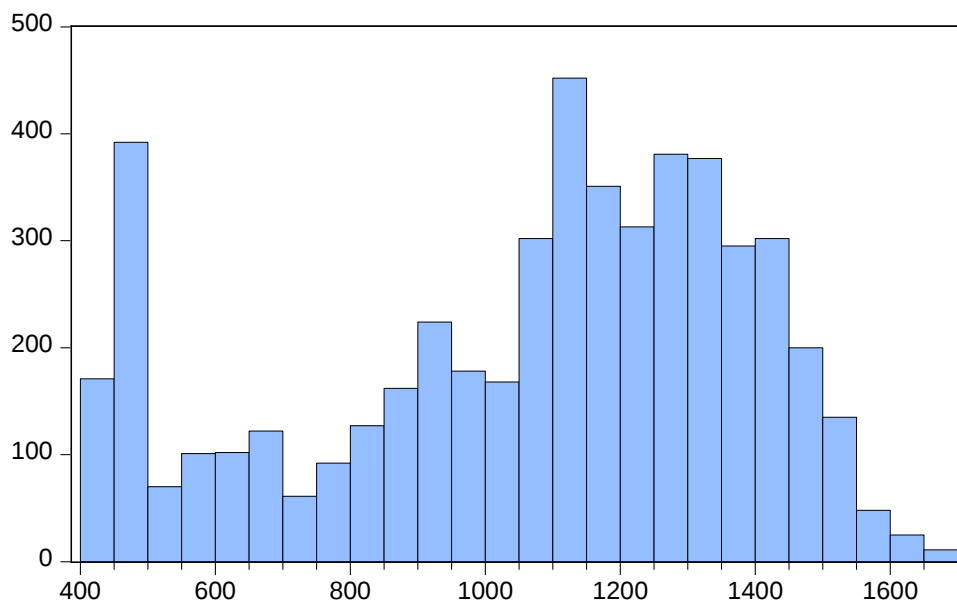
Tabela 6-1: Estatísticas Descritivas da Série de Preços

Série de Preços	Valor
<i>Média</i>	<i>1065,07</i>
<i>Mediana</i>	<i>1132,53</i>
<i>Máximo</i>	<i>1669,16</i>
<i>Mínimo</i>	<i>429,05</i>
<i>Amplitude</i>	<i>1240,11</i>
<i>Desvio Padrão</i>	<i>321,50</i>
<i>Variância</i>	<i>103360,53</i>
<i>Assimetria</i>	<i>-0,58</i>
<i>Curtose</i>	<i>-0,71</i>

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

O histograma desta série financeira foi obtido no software Eviews 7.1:

Figura 6-2: Histograma da Série de Preços



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

A partir da Figura 6-1, percebe-se que a série de preços não converge e apresenta tendências que variam no tempo. Para testar sua estacionariedade, foi realizado o teste de raiz unitária ADF no software Eviews 7.1:

Tabela 6-2: Teste de Raiz Unitária (Série de Preços)

Null Hypothesis: JPY_SPOT has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=30)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-1.313565	0.6254
Test critical values:	1% level		-3.432021	
	5% level		-2.862164	
	10% level		-2.567146	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(JPY_SPOT) Method: Least Squares Date: 09/24/13 Time: 12:37 Sample (adjusted): 2 3521 Included observations: 3520 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
JPY_SPOT(-1)	-0.000997	0.000759	-1.313565	0.1891
C	0.103531	0.080367	1.288236	0.1977
R-squared	0.000490	Mean dependent var		-0.000957
Adjusted R-squared	0.000206	S.D. dependent var		0.679819
S.E. of regression	0.679749	Akaike info criterion		2.066381
Sum squared resid	1625.521	Schwarz criterion		2.069885
Log likelihood	-3634.831	Hannan-Quinn criter.		2.067631
F-statistic	1.725454	Durbin-Watson stat		2.084538
Prob(F-statistic)	0.189078			

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Rejeita-se a estacionariedade para os três níveis críticos, o que sugere a modelagem de retornos.

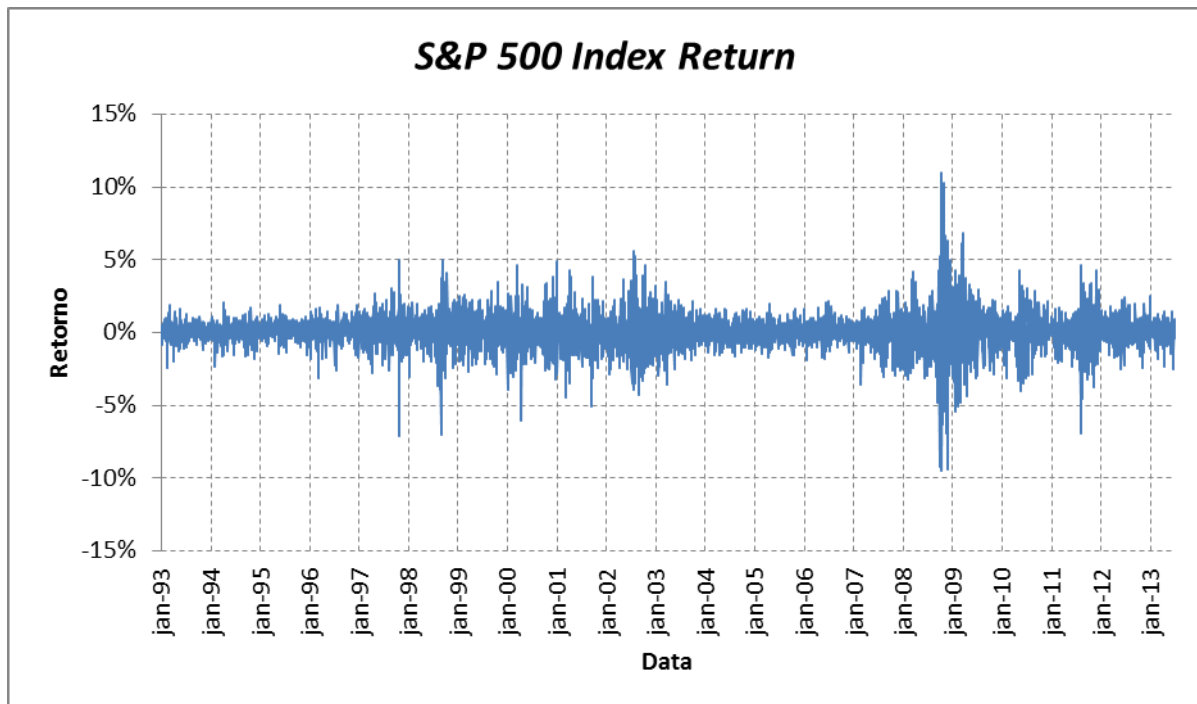
6.2. Série Temporal de Retornos

A transformação para retornos foi feita conforme a equação:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

onde P_t é o preço no instante t .

Figura 6-3: Série de Retornos S&P 500 Index



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

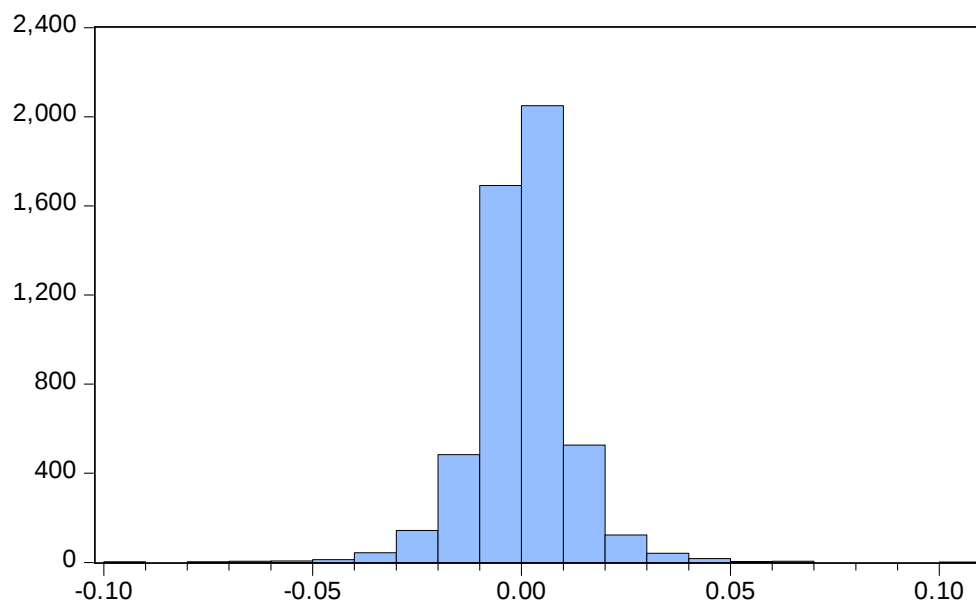
A partir da Figura 6-3, nota-se a maior simetria da série de retornos em relação à série de preços. Sua distribuição será estudada na seção 6.3, e sua aparente estacionariedade, na seção 6.4.

6.3. Normalidade

O objetivo desta seção é investigar as características das distribuições de retornos apresentadas na seção 2.3. As ferramentas utilizadas para analisar a distribuição de probabilidades dos retornos são as descritas na seção 2.5: histograma, tabela de estatísticas descritivas, gráfico Quantil x Quantil e teste de Jarque-Bera.

6.3.1. Histograma e Estatísticas Descritivas

Figura 6-4: Histograma da Série de Retornos



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Tabela 6-3: Estatísticas Descritivas da Série de Retornos

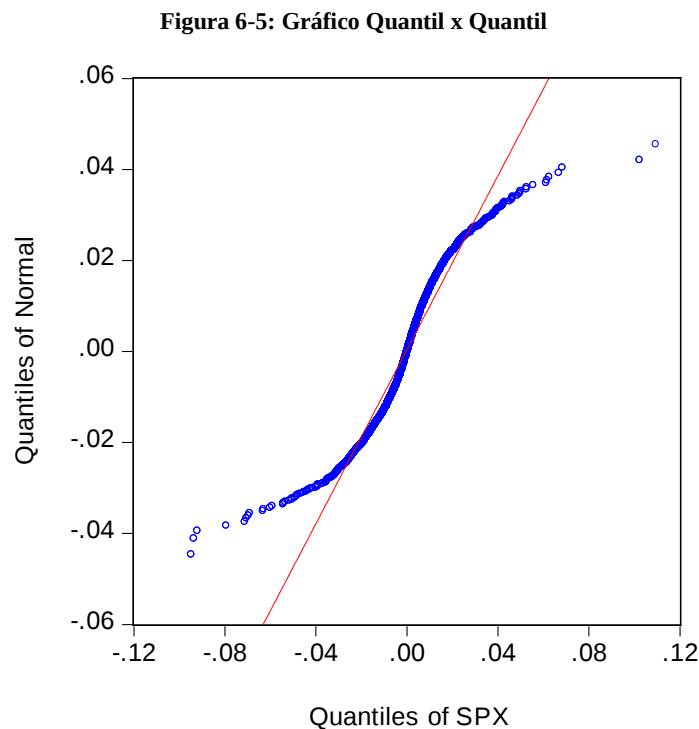
Série de Retornos	Valor
<i>Média</i>	0,000
<i>Mediana</i>	0,001
<i>Máximo</i>	0,110
<i>Mínimo</i>	-0,095
<i>Amplitude</i>	0,204
<i>Desvio Padrão</i>	0,012
<i>Variância</i>	0,000
<i>Assimetria</i>	-0,240
<i>Curtose</i>	8,402

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

O histograma, Figura 6-4, revela que a distribuição de retornos é de fato leptocúrtica e a Tabela 6-3 revela o excesso de curtose e a aparente simetria das amostras. Assim, nota-se que os retornos se distribuem perto da média e a os eventos de baixa probabilidade (cauda) ocorrem com mais frequência nesta série.

6.3.2. Gráfico Quantil x Quantil

Foi plotado o gráfico Quantil x Quantil (Figura 6-5) no software Eviews 7.1.



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Pode-se observar que a série não adere à distribuição gaussiana, o que era esperado, levando-se em conta o histograma e as estatísticas descritivas. Por último, realiza-se o teste de Jarque-Bera, com o intuito de comprovar a não-normalidade dos retornos.

6.3.3. Teste de Jarque-Bera

A estatística de Jarque-Bera pode ser calculada segundo a fórmula (2.17). São utilizadas as seguintes variáveis:

- $N = 5161$;
- $\hat{A} \approx -0,24017$;
- $\hat{K} \approx 8,40165$.

Efetuada-se o cálculo, obtém-se o valor de S :

$$S = \frac{5161}{6} \cdot (-0,24017)^2 + \frac{5161}{24} \cdot (8,40165 - 3)^2 \approx 6324$$

Para um nível de 1% de significância, o valor tabelado da distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade é 9,21. Como o valor de S supera 9,21, pode-se afirmar que a distribuição dos retornos não adere à distribuição normal, dado o nível de significância do teste.

Em seguida, será testada a estacionariedade desta série.

6.4. Estacionariedade

Dois testes de estacionariedade serão realizados nesta seção: teste ADF e teste PP. Será utilizado o software Eviews 7.1.

O teste ADF consiste no seguinte teste de hipótese:

- H_0 : a série possui raiz unitária, ou seja, não é estacionária;
- H_1 : a série não possui raiz unitária, ou seja, é estacionária;

Seus resultados se encontram na Tabela 6-4.

Comparando a estatística ADF aos valores críticos, rejeita-se a hipótese H_0 para todos os níveis de significância, portanto aceita-se a estacionariedade da série.

O teste PP (Tabela 6-5) também aponta para estacionariedade.

Tabela 6-4: Teste ADF

Null Hypothesis: SPX has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=32)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-55.12126	0.0001
Test critical values:	1% level		-3.431436	
	5% level		-2.861905	
	10% level		-2.567007	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(SPX) Method: Least Squares Date: 10/09/13 Time: 00:36 Sample (adjusted): 3 5161 Included observations: 5159 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SPX(-1)	-1.120086	0.020320	-55.12126	0.0000
D(SPX(-1))	0.049625	0.013910	3.567640	0.0004
C	0.000284	0.000167	1.697823	0.0896
R-squared	0.534710	Mean dependent var		-3.70E-07
Adjusted R-squared	0.534529	S.D. dependent var		0.017597
S.E. of regression	0.012006	Akaike info criterion		-6.006260
Sum squared resid	0.743191	Schwarz criterion		-6.002452
Log likelihood	15496.15	Hannan-Quinn criter.		-6.004928
F-statistic	2962.626	Durbin-Watson stat		1.999865
Prob(F-statistic)	0.000000			

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Tabela 6-5: Teste PP

Null Hypothesis: SPX has a unit root Exogenous: Constant Bandwidth: 23 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel				
			Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic			-77.66531	0.0001
Test critical values:	1% level		-3.431436	
	5% level		-2.861905	
	10% level		-2.567007	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Residual variance (no correction)				0.000144
HAC corrected variance (Bartlett kernel)				0.000119
Phillips-Perron Test Equation Dependent Variable: D(SPX) Method: Least Squares Date: 10/09/13 Time: 00:37 Sample (adjusted): 2 5161 Included observations: 5160 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SPX(-1)	-1.067128	0.013893	-76.81251	0.0000
C	0.000270	0.000167	1.613559	0.1067
R-squared	0.533557	Mean dependent var		-6.86E-07
Adjusted R-squared	0.533467	S.D. dependent var		0.017596
S.E. of regression	0.012018	Akaike info criterion		-6.004366
Sum squared resid	0.745033	Schwarz criterion		-6.001828
Log likelihood	15493.27	Hannan-Quinn criter.		-6.003478
F-statistic	5900.161	Durbin-Watson stat		2.006636
Prob(F-statistic)	0.000000			

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Desta forma, pode-se prosseguir para o estudo das dependências existentes entre os retornos, o qual revela a influência de valores passados no valor atual.

6.5. Independência

Nesta seção serão analisadas as autocorrelações e autocorrelações parciais da série de retornos. Esta etapa é fundamental para identificar o modelo ARMA a ser ajustado para a média. São utilizados os perfis de autocorrelação para determinar se é adequado um modelo

AR, MA ou ARMA. A ordem até a qual as f.a.c. e f.a.c.p. são significativas também é utilizada para determinar os parâmetros p e q do modelo ARMA(p,q).

Inicialmente, o correlograma dos retornos para as vinte primeiras defasagens (Tabela 6-6) mostra as f.a.c. e f.a.c.p., bem como as estatísticas Q de Box-Pierce-Ljung e seus níveis descritivos.

Tabela 6-6: Correlograma dos Retornos

Date: 10/09/13 Time: 00:39 Sample: 1 5161 Included observations: 5161					
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.067	-0.067	23.268	0.000
		2 -0.045	-0.050	33.678	0.000
		3 0.008	0.001	33.982	0.000
		4 -0.008	-0.010	34.313	0.000
		5 -0.049	-0.050	46.765	0.000
		6 0.004	-0.004	46.851	0.000
		7 -0.033	-0.038	52.644	0.000
		8 0.017	0.012	54.163	0.000
		9 -0.003	-0.005	54.198	0.000
		10 0.035	0.034	60.426	0.000
		11 -0.029	-0.026	64.838	0.000
		12 0.045	0.042	75.473	0.000
		13 0.020	0.025	77.626	0.000
		14 -0.025	-0.018	80.797	0.000
		15 -0.032	-0.029	86.071	0.000
		16 0.042	0.034	95.213	0.000
		17 0.001	0.010	95.215	0.000
		18 -0.046	-0.043	105.99	0.000
		19 0.011	0.007	106.66	0.000
		20 0.016	0.010	107.97	0.000

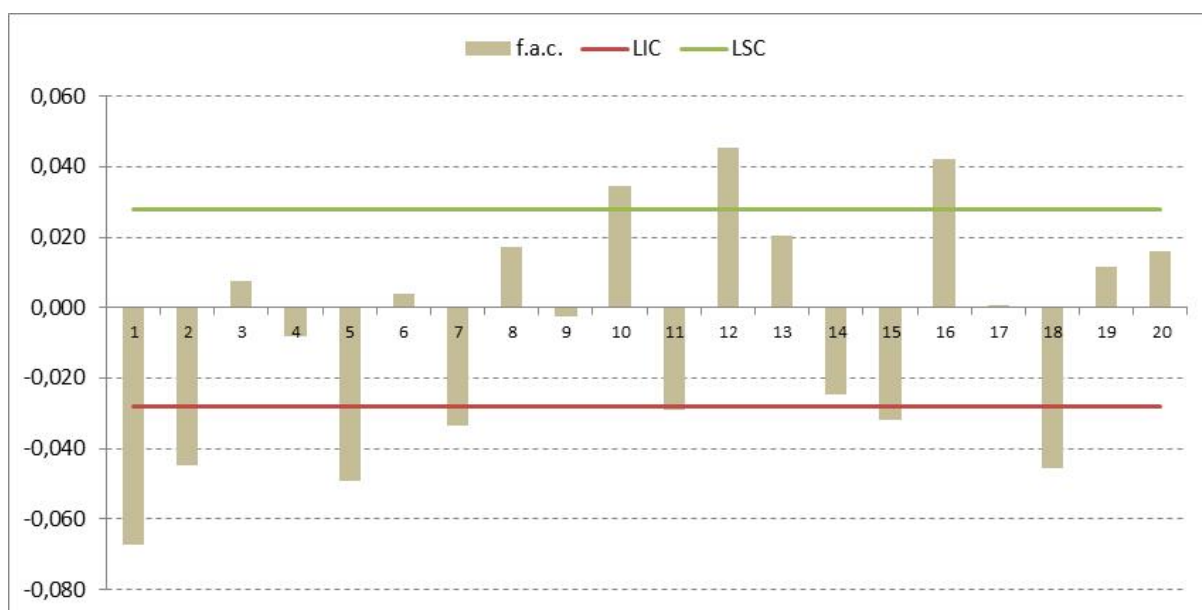
Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

O teste de Box-Pierce-Ljung aponta para dependência em todas as defasagens.

Os valores de f.a.c. e f.a.c.p. foram plotados com seus limites de controle $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$

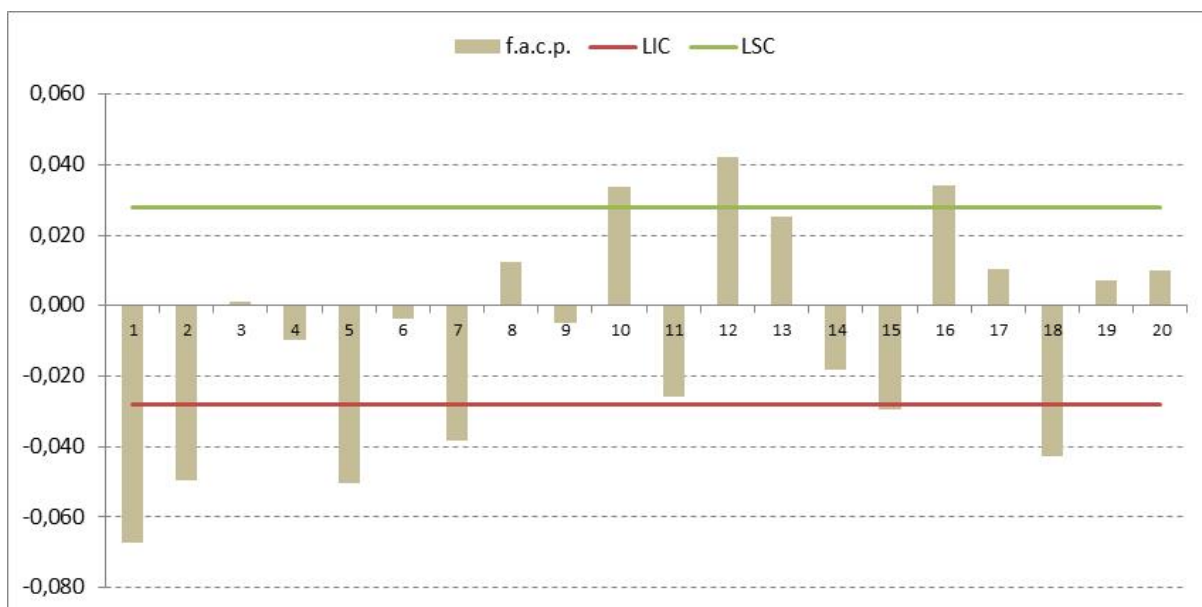
(Figura 6-6 e Figura 6-7), permitindo a visualização do perfil das autocorrelações nas diferentes defasagens.

Figura 6-6: Função de Autocorrelação dos Retornos



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 6-7: Função de Autocorrelação Parcial dos Retornos



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

A observação das f.a.c. e f.a.c.p. e o teste de Box-Pierce-Ljung permitem concluir que os valores passados influenciam o valor atual da série, o que motiva o ajuste de um modelo ARMA.

6.6. Identificação, Estimação e Diagnóstico do Modelo para a Média

Analisando os dois gráficos de f.a.c. e f.a.c.p., percebe-se que há autocorrelações significativas até a décima-oitava defasagem, ou seja, os retornos de até um mês atrás podem influenciar o retorno atual. Os perfis de autocorrelação, no entanto, não permitem concluir se o modelo a ser ajustado é AR, MA ou ARMA, pois não refletem as quantidades teóricas de nenhum deles. Desta forma, decidiu-se por ajustar modelos AR(18) à priori, o que resultou em resíduos relativamente altos, ou seja, o modelo não era próximo à realidade. Em seguida, a incorporação de termos MA foi realizada, porém sem sucesso, pois os coeficientes estimados não foram significativos. Por este motivo, foi adicionada uma variável exógena ao modelo AR: o *Dow Jones Industrial Average*, um índice de ações composto por 30 papéis, cuja série histórica de retornos será representada por $INDU_t$ no decorrer deste capítulo.

Assim, foram ajustados três modelos diferentes, que envolvem tanto a auto-regressão quanto a regressão linear.

6.6.1. Primeiro Modelo – Regressão em Duas Etapas

O primeiro modelo ajustado foi o AR(18) dos retornos *S&P 500 Index*, mostrado na Tabela 6-7. Observando os níveis descritivos dos coeficientes, pode-se inferir, com 95% de confiança, oito coeficientes estatisticamente significativos referentes aos termos de AR(1), AR(2), AR(5), AR(7), AR(10), AR(12), AR(16), AR(18).

Dando continuidade ao ajuste do modelo, é necessário estimá-lo novamente, somente com os coeficientes significativos. Os resultados se encontram na Tabela 6-8. Nota-se que os oito coeficientes continuam significativos, obtendo a seguinte equação:

$$\begin{aligned} R_t = & -0,067764 \cdot R_{t-1} - 0,049861 \cdot R_{t-2} - 0,045211 \cdot R_{t-5} - \\ & -0,036620 \cdot R_{t-7} + 0,036689 \cdot R_{t-10} + 0,044620 \cdot R_{t-12} + \\ & + 0,036154 \cdot R_{t-16} - 0,042432 \cdot R_{t-18} + a_t \end{aligned} \quad (6.1)$$

onde R_t representam os retornos e a_t os resíduos da 1ª etapa. Na prática, o retorno atual depende do retorno de 1, 2, 5, 7, 10, 12, 16 e 18 dias úteis anteriores, sendo que um mês é composto por aproximadamente 21 dias úteis.

Tabela 6-7: Primeiro Modelo: AR(18) dos Retornos

Dependent Variable: SPX Method: Least Squares Date: 10/09/13 Time: 12:24 Sample (adjusted): 19 5161 Included observations: 5143 after adjustments Convergence achieved after 3 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.068120	0.013956	-4.881032	0.0000
AR(2)	-0.048681	0.013988	-3.480084	0.0005
AR(3)	-0.000988	0.013997	-0.070589	0.9437
AR(4)	-0.016439	0.013993	-1.174793	0.2401
AR(5)	-0.046726	0.013993	-3.339192	0.0008
AR(6)	-0.003723	0.014005	-0.265798	0.7904
AR(7)	-0.036470	0.013998	-2.605319	0.0092
AR(8)	0.016021	0.014006	1.143879	0.2527
AR(9)	-0.002935	0.014000	-0.209671	0.8339
AR(10)	0.034444	0.014000	2.460267	0.0139
AR(11)	-0.021136	0.014006	-1.509015	0.1314
AR(12)	0.044636	0.014001	3.188013	0.0014
AR(13)	0.021276	0.014016	1.518000	0.1291
AR(14)	-0.018437	0.014005	-1.316460	0.1881
AR(15)	-0.025954	0.014005	-1.853210	0.0639
AR(16)	0.033469	0.014011	2.388842	0.0169
AR(17)	0.008173	0.014003	0.583639	0.5595
AR(18)	-0.042408	0.013973	-3.035005	0.0024
R-squared	0.019063	Mean dependent var	0.000253	
Adjusted R-squared	0.015809	S.D. dependent var	0.012062	
S.E. of regression	0.011966	Akaike info criterion	-6.010032	
Sum squared resid	0.733801	Schwarz criterion	-5.987124	
Log likelihood	15472.80	Hannan-Quinn criter.	-6.002015	
Durbin-Watson stat	1.999328			

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Em seguida, foi realizada a regressão linear dos resíduos a_t utilizando a variável exógena (chamada de INDU na simulação), de forma a obter os resultados mostrados na Tabela 6-9. Nota-se que o coeficiente é significativo ao nível de 10^{-3} . A equação (6.2) é resultante desta regressão.

$$a_t = 1,001880 \cdot INDU_t + b_t \quad (6.2)$$

onde a_t são os resíduos do modelo (6.1), $INDU_t$ representa o retorno da variável exógena no instante t e b_t é o resíduo da 2ª etapa, sobre o qual serão feitos os testes de diagnóstico deste primeiro modelo.

Tabela 6-8: Primeiro Modelo: AR(18) dos Retornos – Somente coeficientes significativos

Dependent Variable: SPX Method: Least Squares Date: 10/09/13 Time: 12:29 Sample (adjusted): 19 5161 Included observations: 5143 after adjustments Convergence achieved after 3 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.067764	0.013880	-4.881997	0.0000
AR(2)	-0.049861	0.013909	-3.584733	0.0003
AR(5)	-0.045211	0.013887	-3.255592	0.0011
AR(7)	-0.036620	0.013895	-2.635419	0.0084
AR(10)	0.036689	0.013883	2.642741	0.0082
AR(12)	0.044620	0.013901	3.209723	0.0013
AR(16)	0.036154	0.013882	2.604465	0.0092
AR(18)	-0.042432	0.013889	-3.055183	0.0023
R-squared	0.016508	Mean dependent var		0.000253
Adjusted R-squared	0.015168	S.D. dependent var		0.012062
S.E. of regression	0.011970	Akaike info criterion		-6.011320
Sum squared resid	0.735712	Schwarz criterion		-6.001139
Log likelihood	15466.11	Hannan-Quinn criter.		-6.007757
Durbin-Watson stat	1.999820			

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Tabela 6-9: Primeiro Modelo: Regressão linear dos resíduos

Dependent Variable: SPXINDURESID3 Method: Least Squares Date: 10/09/13 Time: 12:48 Sample (adjusted): 19 5161 Included observations: 5143 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INDU	1.001880	0.004348	230.4111	0.0000
R-squared	0.911647	Mean dependent var		0.000284
Adjusted R-squared	0.911647	S.D. dependent var		0.011958
S.E. of regression	0.003554	Akaike info criterion		-8.441023
Sum squared resid	0.064966	Schwarz criterion		-8.439751
Log likelihood	21707.09	Hannan-Quinn criter.		-8.440578
Durbin-Watson stat	1.782170			

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

O correlograma dos resíduos b_t está representado na Tabela 6-10 e contempla os valores de f.a.c., f.a.c.p., estatística Q e seu nível descritivo.

A hipótese de independência, ou seja, de comportamento aleatório, é rejeitada para valores grandes de Q . Neste contexto, o teste de Box-Pierce-Ljung aponta para a hipótese de dependência entre os resíduos.

O gráfico das f.a.c. dos resíduos está na Figura 6-8, enquanto as f.a.c.p. estão na Figura 6-9. Nota-se a presença de dependência significativa para diversas defasagens, o que corrobora a hipótese de dependência dos resíduos já apontada pelo teste Box-Pierce-Ljung.

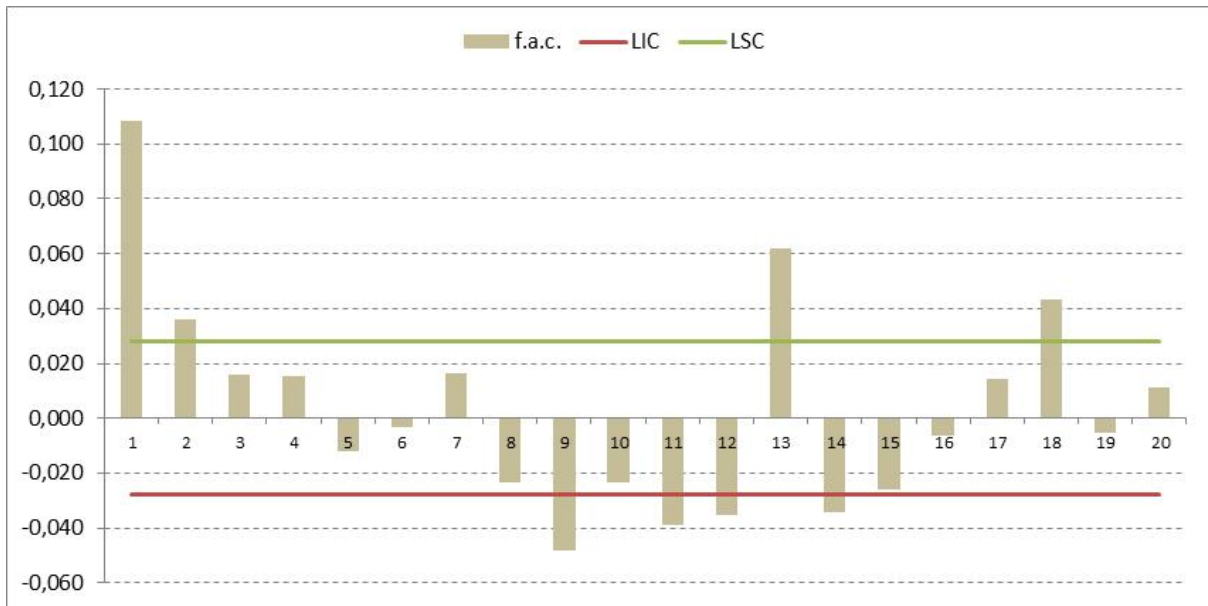
O primeiro modelo, portanto, deve ser descartado para dar continuidade ao trabalho, visto que não removeu a autocorrelação da série.

Tabela 6-10: Primeiro Modelo: Correlograma dos Resíduos

Date: 10/09/13 Time: 13:12 Sample: 19 5161 Included observations: 5143						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.109	0.109	60.779	0.000
		2	0.036	0.024	67.438	0.000
		3	0.016	0.009	68.710	0.000
		4	0.015	0.012	69.913	0.000
		5	-0.012	-0.016	70.693	0.000
		6	-0.003	-0.001	70.744	0.000
		7	0.017	0.018	72.165	0.000
		8	-0.023	-0.027	74.954	0.000
		9	-0.048	-0.044	87.017	0.000
		10	-0.023	-0.013	89.804	0.000
		11	-0.039	-0.033	97.570	0.000
		12	-0.036	-0.025	104.09	0.000
		13	0.062	0.073	123.79	0.000
		14	-0.034	-0.048	129.89	0.000
		15	-0.026	-0.020	133.42	0.000
		16	-0.006	0.001	133.63	0.000
		17	0.014	0.013	134.68	0.000
		18	0.043	0.043	144.33	0.000
		19	-0.005	-0.017	144.46	0.000
		20	0.011	0.002	145.14	0.000

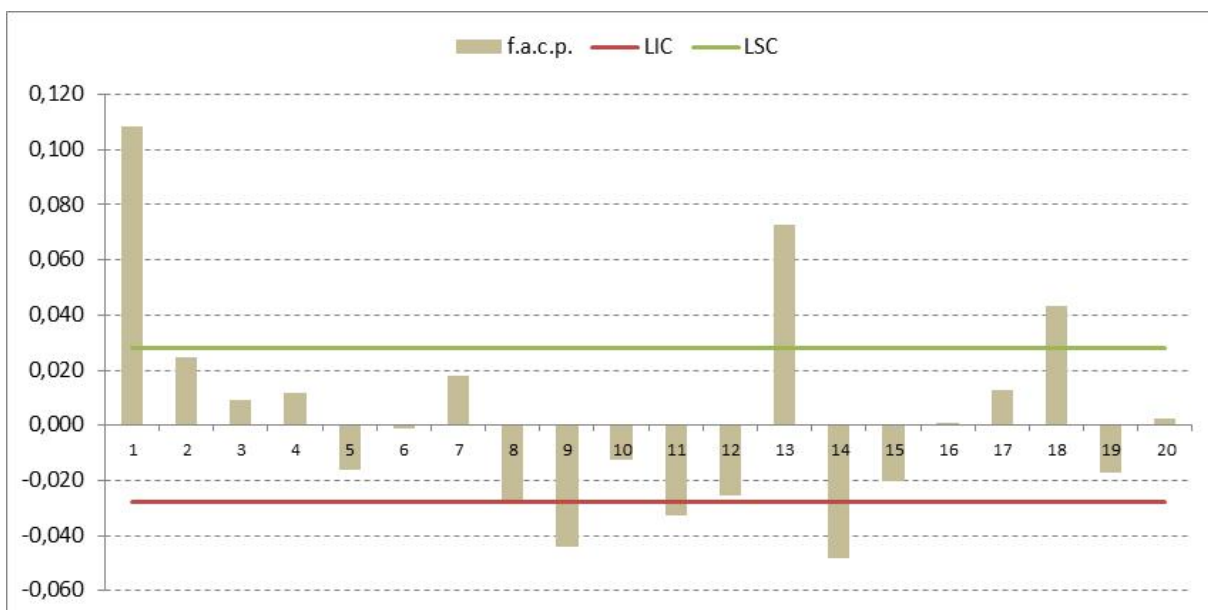
Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 6-8: Primeiro Modelo: Função de autocorrelação dos resíduos



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 6-9: Primeiro Modelo: Função de autocorrelação parcial dos resíduos



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

6.6.2. Segundo Modelo – Regressão em Duas Etapas

O segundo modelo consiste numa regressão em duas etapas: primeiro, uma regressão linear dos retornos em função da variável exógena, gerando uma série de resíduos. A segunda etapa consiste na auto-regressão destes resíduos, a qual fornecerá uma série de resíduos finais para o modelo.

Os resultados da primeira regressão estão na Tabela 6-11. Nota-se que o coeficiente de regressão é significativo ao nível 10^{-3} . A equação (6.3) representa estes resultados:

$$R_t = 1,018399 \cdot INDU_t + a_t \quad (6.3)$$

onde R_t representa os retornos, $INDU_t$ é a variável exógena no instante t e a_t é o resíduo desta 1ª etapa.

Tabela 6-11: Segundo Modelo: Regressão linear dos retornos

Dependent Variable: SPX Method: Least Squares Date: 10/07/13 Time: 07:53 Sample: 1 5161 Included observations: 5161				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INDU	1.018399	0.004004	254.3427	0.0000
R-squared	0.926095	Mean dependent var		0.000253
Adjusted R-squared	0.926095	S.D. dependent var		0.012043
S.E. of regression	0.003274	Akaike info criterion		-8.605406
Sum squared resid	0.055311	Schwarz criterion		-8.604137
Log likelihood	22207.25	Hannan-Quinn criter.		-8.604962
Durbin-Watson stat	1.894662			

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Prosseguindo para a segunda etapa da regressão, foi realizado o ajuste de um modelo auto-regressivo AR(18) dos resíduos a_t , cujos resultados estão na Tabela 6-12. Os coeficientes referentes a AR(1), AR(13) e AR(14) são significativos. A regressão com estes coeficientes é realizada segundo a equação (6.4) e seus resultados estão na Tabela 6-13. Todos os coeficientes continuam significativos.

$$a_t = 0,053237 \cdot a_{t-1} + 0,044252 \cdot a_{t-13} - 0,039277 \cdot a_{t-14} + b_t \quad (6.4)$$

onde b_t é o resíduo da 2ª etapa.

Tabela 6-12: Segundo Modelo: Auto-regressão dos resíduos

Dependent Variable: SPXINDURESID1 Method: Least Squares Date: 10/09/13 Time: 15:18 Sample (adjusted): 19 5161 Included observations: 5143 after adjustments Convergence achieved after 3 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.054955	0.013970	3.933934	0.0001
AR(2)	-0.018025	0.013990	-1.288442	0.1977
AR(3)	0.018106	0.013991	1.294077	0.1957
AR(4)	-0.024210	0.013994	-1.729949	0.0837
AR(5)	-0.015053	0.013989	-1.076050	0.2820
AR(6)	-0.015879	0.013978	-1.135972	0.2560
AR(7)	0.004804	0.013979	0.343681	0.7311
AR(8)	0.011531	0.013978	0.824966	0.4094
AR(9)	-0.024296	0.013977	-1.738365	0.0822
AR(10)	0.017865	0.013973	1.278508	0.2011
AR(11)	-0.011969	0.013972	-0.856631	0.3917
AR(12)	0.006442	0.013973	0.461038	0.6448
AR(13)	0.042323	0.013972	3.029169	0.0025
AR(14)	-0.037794	0.013983	-2.702736	0.0069
AR(15)	-0.001573	0.013989	-0.112469	0.9105
AR(16)	-0.003303	0.013987	-0.236189	0.8133
AR(17)	-0.010040	0.013985	-0.717942	0.4728
AR(18)	0.007274	0.013963	0.520984	0.6024

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Tabela 6-13: Segundo Modelo: Auto-regressão dos resíduos – somente coeficientes significativos

Dependent Variable: SPXINDURESID1 Method: Least Squares Date: 10/07/13 Time: 07:55 Sample (adjusted): 15 5161 Included observations: 5147 after adjustments Convergence achieved after 3 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.053237	0.013915	3.825922	0.0001
AR(13)	0.044252	0.013915	3.180105	0.0015
AR(14)	-0.039277	0.013927	-2.820244	0.0048
R-squared	0.005795	Mean dependent var		-4.76E-05
Adjusted R-squared	0.005408	S.D. dependent var		0.003275
S.E. of regression	0.003267	Akaike info criterion		-8.609584
Sum squared resid	0.054888	Schwarz criterion		-8.605768
Log likelihood	22159.76	Hannan-Quinn criter.		-8.608248
Durbin-Watson stat	1.998102			

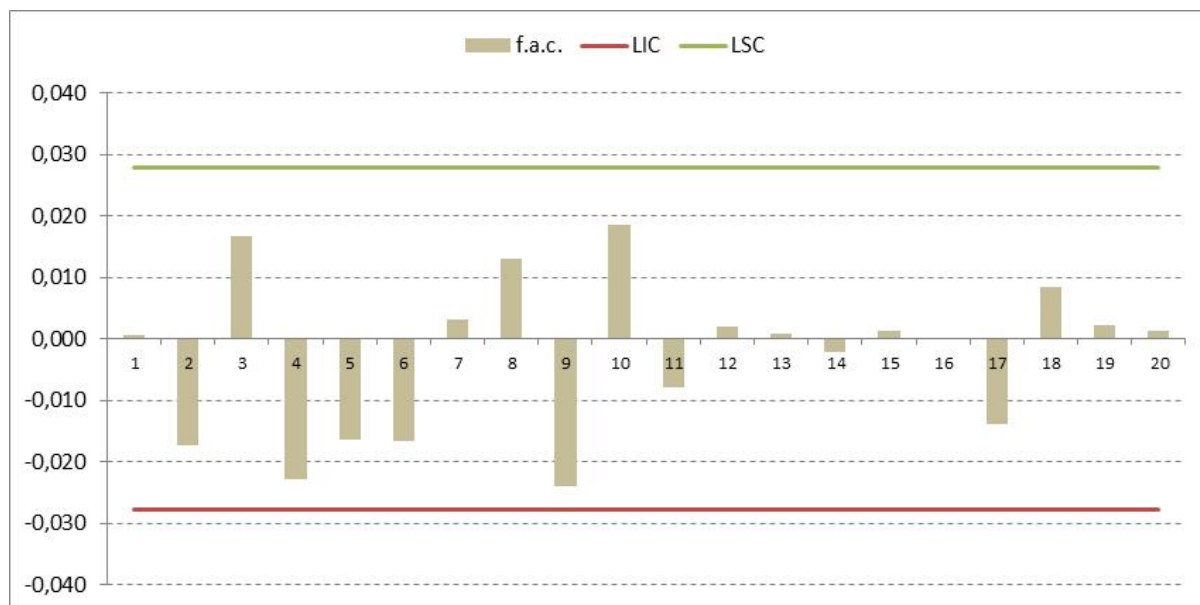
Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

O correlograma dos resíduos está na Tabela 6-14. A estatística de Box-Pierce-Ljung (Q) sugere independência dos resíduos para diversas defasagens, o que pode ser investigado com maior profundidade na análise das autocorrelações residuais.

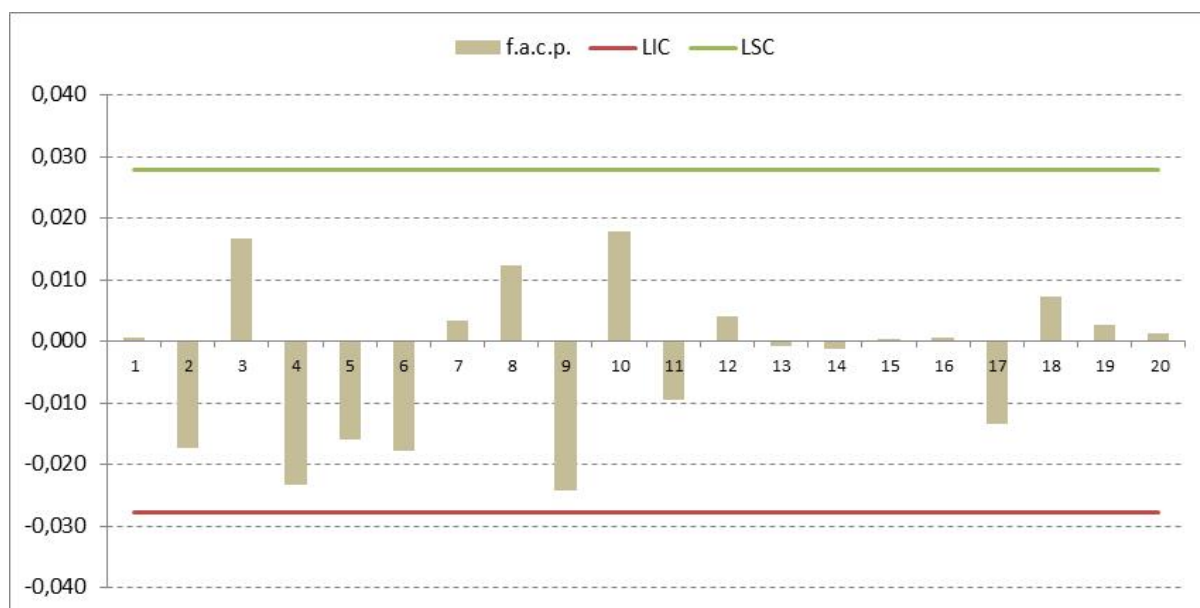
Tabela 6-14: Segundo Modelo: Correlograma dos resíduos

Date: 10/09/13 Time: 15:32						
Sample: 15 5161						
Included observations: 5147						
Q-statistic probabilities adjusted for 3 ARMA term(s)						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.001	0.001	0.0021	
		2	-0.017	-0.017	1.5460	
		3	0.017	0.017	2.9886	
		4	-0.023	-0.023	5.6821	0.017
		5	-0.016	-0.016	7.0826	0.029
		6	-0.017	-0.018	8.5206	0.036
		7	0.003	0.003	8.5742	0.073
		8	0.013	0.012	9.4487	0.092
		9	-0.024	-0.024	12.415	0.053
		10	0.018	0.018	14.180	0.048
		11	-0.008	-0.010	14.493	0.070
		12	0.002	0.004	14.516	0.105
		13	0.001	-0.001	14.519	0.151
		14	-0.002	-0.001	14.541	0.204
		15	0.001	0.000	14.549	0.267
		16	0.000	0.001	14.549	0.336
		17	-0.014	-0.013	15.544	0.342
		18	0.008	0.007	15.901	0.389
		19	0.002	0.003	15.925	0.458
		20	0.001	0.001	15.935	0.528

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 6-10: Segundo Modelo: Função de autocorrelação dos resíduos

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 6-11: Segundo Modelo: Função de autocorrelação parcial dos resíduos

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Os gráficos de f.a.c. (Figura 6-10) e f.a.c.p. (Figura 6-11) residuais e seus respectivos limites de controle também apontam para independência dos resíduos, o que permite concluir que a autocorrelação serial foi removida pelo modelo. Portanto, o segundo modelo mostrou ser adequado para continuar o trabalho, restando verificar se o terceiro modelo é melhor que este.

6.6.3. Terceiro Modelo – Regressão em Uma Etapa

O terceiro modelo proposto pelo trabalho é diferente dos dois anteriores, haja vista que é realizada apenas uma etapa de regressão, na qual são ajustados simultaneamente os modelos auto-regressivo e de regressão linear.

Os resultados da regressão mista estão na Tabela 6-15. O coeficiente do termo exógeno é significativo ao nível de 10^{-3} . No que se refere ao vetor AR, somente os coeficientes referentes a AR(1), AR(13) e AR(14) são significativos. Removendo o grupo de coeficientes não-significativos, pode-se obter o modelo final de regressão mista na equação (6.5). As saídas do software Eviews 7.1 estão na Tabela 6-16.

Tabela 6-15: Terceiro Modelo: Regressão Mista

Dependent Variable: SPX Method: Least Squares Date: 10/09/13 Time: 15:49 Sample (adjusted): 19 5161 Included observations: 5143 after adjustments Convergence achieved after 4 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INDU	1.019461	0.003990	255.5218	0.0000
AR(1)	0.055213	0.013977	3.950208	0.0001
AR(2)	-0.018021	0.013991	-1.288020	0.1978
AR(3)	0.018284	0.013995	1.306459	0.1915
AR(4)	-0.024179	0.014001	-1.726979	0.0842
AR(5)	-0.015001	0.013993	-1.072086	0.2837
AR(6)	-0.015859	0.013980	-1.134398	0.2567
AR(7)	0.004908	0.013981	0.351067	0.7256
AR(8)	0.011545	0.013980	0.825865	0.4089
AR(9)	-0.024294	0.013979	-1.737829	0.0823
AR(10)	0.017874	0.013978	1.278728	0.2011
AR(11)	-0.012014	0.013973	-0.859791	0.3899
AR(12)	0.006333	0.013978	0.453113	0.6505
AR(13)	0.042267	0.013975	3.024457	0.0025
AR(14)	-0.037746	0.013985	-2.698945	0.0070
AR(15)	-0.001574	0.013991	-0.112482	0.9104
AR(16)	-0.003426	0.013988	-0.244927	0.8065
AR(17)	-0.010150	0.013987	-0.725667	0.4681
AR(18)	0.007425	0.013964	0.531734	0.5949
R-squared	0.926865	Mean dependent var		0.000253
Adjusted R-squared	0.926608	S.D. dependent var		0.012062
S.E. of regression	0.003268	Akaike info criterion		-8.605838
Sum squared resid	0.054710	Schwarz criterion		-8.581657
Log likelihood	22148.91	Hannan-Quinn criter.		-8.597375
Durbin-Watson stat	1.999794			

$$R_t = 1,019100 \cdot INDU_t + 0,053399 \cdot R_{t-1} + 0,044212 \cdot R_{t-13} - 0,039250 \cdot R_{t-14} + a_t \quad (6.5)$$

onde R_t representa os retornos, $INDU_t$ é a variável exógena e a_t é o resíduo do modelo.

Para realizar o diagnóstico deste modelo, os resíduos a_t foram testados quanto a sua independência. O correlograma dos resíduos está representado na Tabela 6-17.

O teste de Box-Pierce-Ljung aponta para independência entre os resíduos e a análise das f.a.c. (Figura 6-12) e f.a.c.p. (Figura 6-13) dos resíduos mostra que foi removida a autocorrelação serial, uma vez que tais funções não são significativas em nenhuma defasagem.

Tabela 6-16: Terceiro Modelo: Regressão Mista – somente coeficientes significativos

Dependent Variable: SPX Method: Least Squares Date: 10/09/13 Time: 15:52 Sample (adjusted): 15 5161 Included observations: 5147 after adjustments Convergence achieved after 4 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INDU	1.019100	0.003978	256.1672	0.0000
AR(1)	0.053399	0.013922	3.835550	0.0001
AR(13)	0.044212	0.013918	3.176561	0.0015
AR(14)	-0.039250	0.013929	-2.817931	0.0049
R-squared	0.926636	Mean dependent var		0.000254
Adjusted R-squared	0.926593	S.D. dependent var		0.012058
S.E. of regression	0.003267	Akaike info criterion		-8.609201
Sum squared resid	0.054888	Schwarz criterion		-8.604114
Log likelihood	22159.78	Hannan-Quinn criter.		-8.607421
Durbin-Watson stat	1.998096			

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

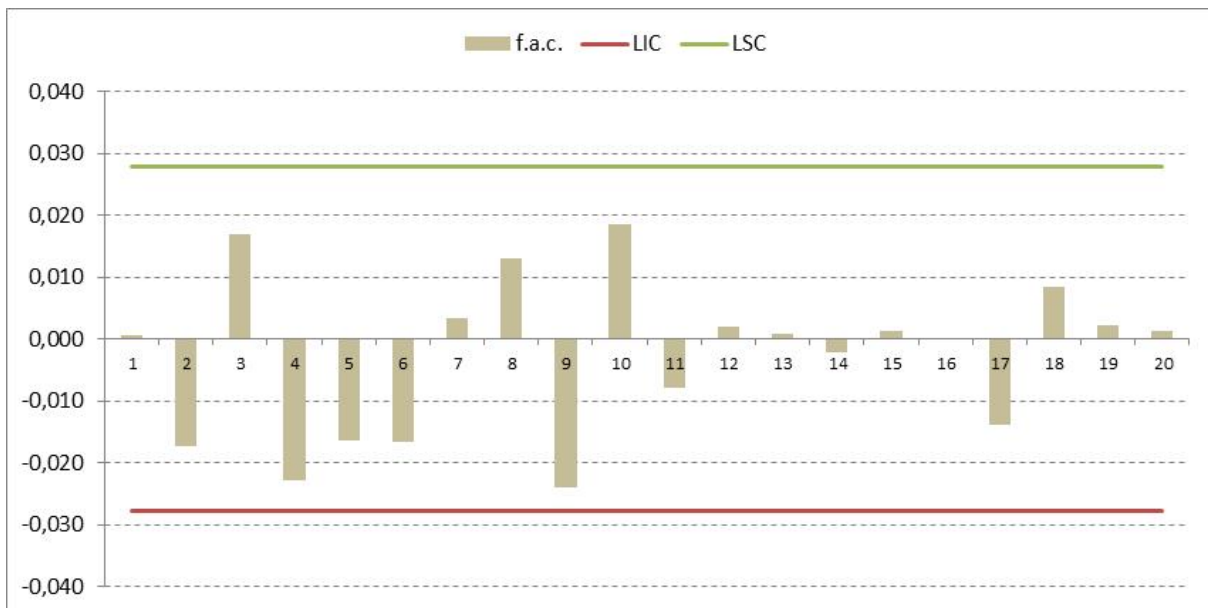
Tabela 6-17: Terceiro Modelo: Correlograma dos resíduos

Date: 10/09/13 Time: 16:07						
Sample: 15 5161						
Included observations: 5147						
Q-statistic probabilities adjusted for 3 ARMA term(s)						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.001	0.001	0.0021	
		2	-0.017	-0.017	1.5467	
		3	0.017	0.017	3.0087	
		4	-0.023	-0.023	5.6958	0.017
		5	-0.016	-0.016	7.0918	0.029
		6	-0.017	-0.018	8.5278	0.036
		7	0.003	0.004	8.5836	0.072
		8	0.013	0.012	9.4590	0.092
		9	-0.024	-0.024	12.427	0.053
		10	0.018	0.018	14.191	0.048
		11	-0.008	-0.010	14.507	0.069
		12	0.002	0.004	14.528	0.105
		13	0.001	-0.001	14.531	0.150
		14	-0.002	-0.001	14.553	0.204
		15	0.001	0.000	14.561	0.266
		16	0.000	0.000	14.561	0.336
		17	-0.014	-0.014	15.567	0.341
		18	0.008	0.007	15.933	0.387
		19	0.002	0.003	15.956	0.456
		20	0.001	0.001	15.965	0.526

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

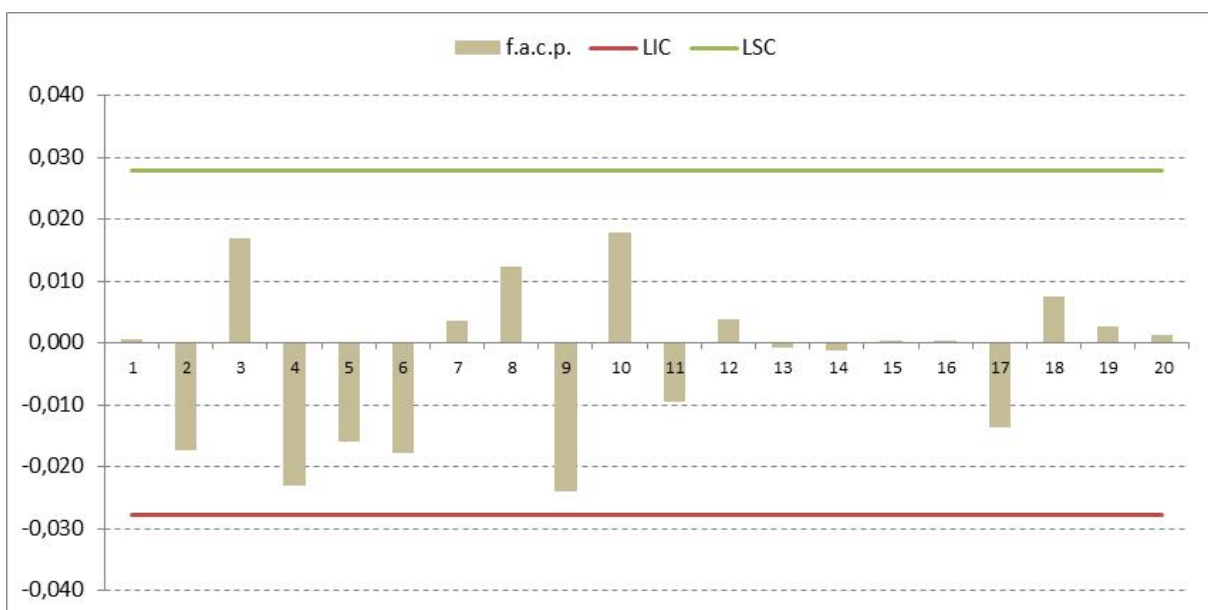
Na prática, pode-se dizer que o terceiro modelo, influenciado pela variável exógena e pelos valores de 1, 13 e 14 dias anteriores, remove as dependências da série, pois seus resíduos, ou seja, a diferença entre o modelo e a realidade, possuem comportamento de ruído branco. Sendo assim, o modelo é adequado para a continuidade do trabalho.

Figura 6-12: Terceiro Modelo: Função de autocorrelação dos resíduos



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 6-13: Terceiro Modelo: Função de autocorrelação parcial dos resíduos



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

O ajuste dos três modelos leva às seguintes conclusões:

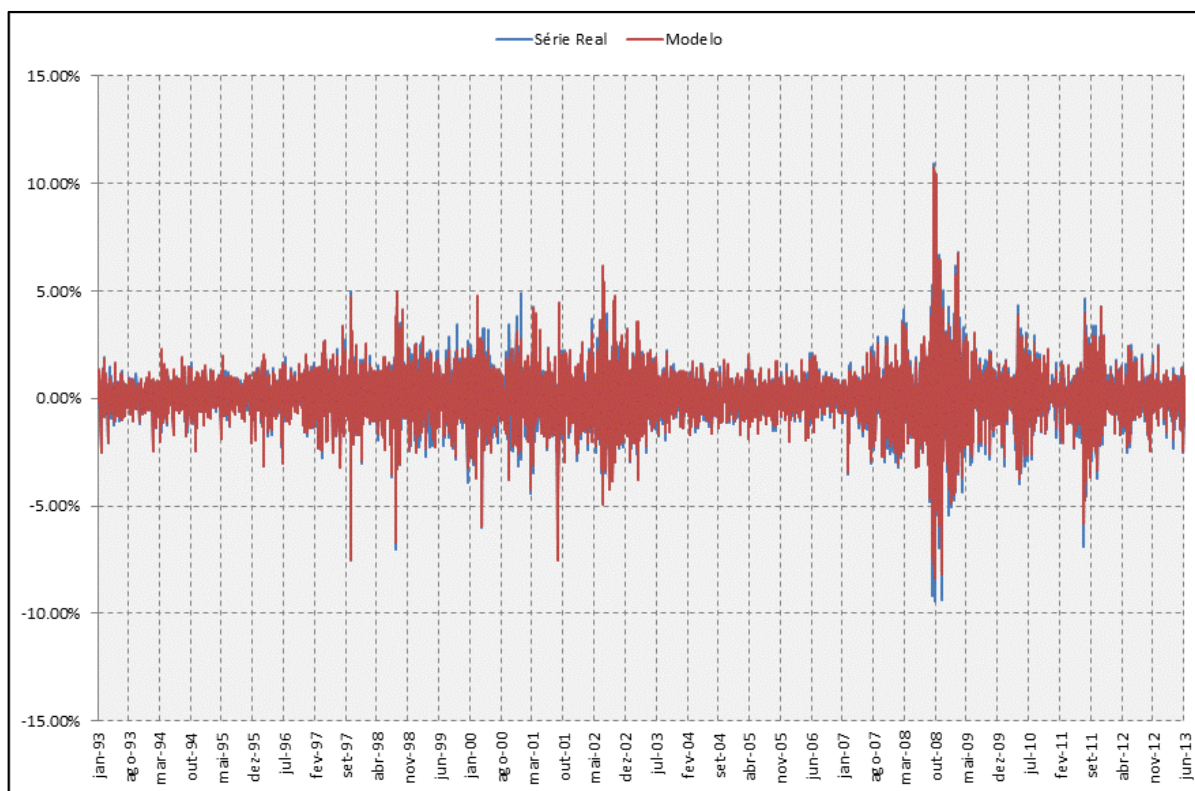
- No primeiro modelo, a auto-regressão da série (primeira etapa) gerou vários coeficientes significativos, o que comprovou a autocorrelação dos retornos

detectada na seção 6.5. No entanto, a regressão linear dos resíduos da 1ª etapa pela variável exógena não removeu a autocorrelação serial, o que tornou o modelo inválido para explicar a série;

- No segundo modelo, inverteu-se a ordem das etapas. A primeira, que consistiu em ajustar a série pela variável exógena, produziu resíduos, os quais foram modelados por auto-regressão na segunda etapa. Este ajuste teve sucesso na remoção da autocorrelação da série;
- O terceiro modelo, que realizou as duas regressões (linear e AR) numa única etapa, também teve êxito em seu diagnóstico.

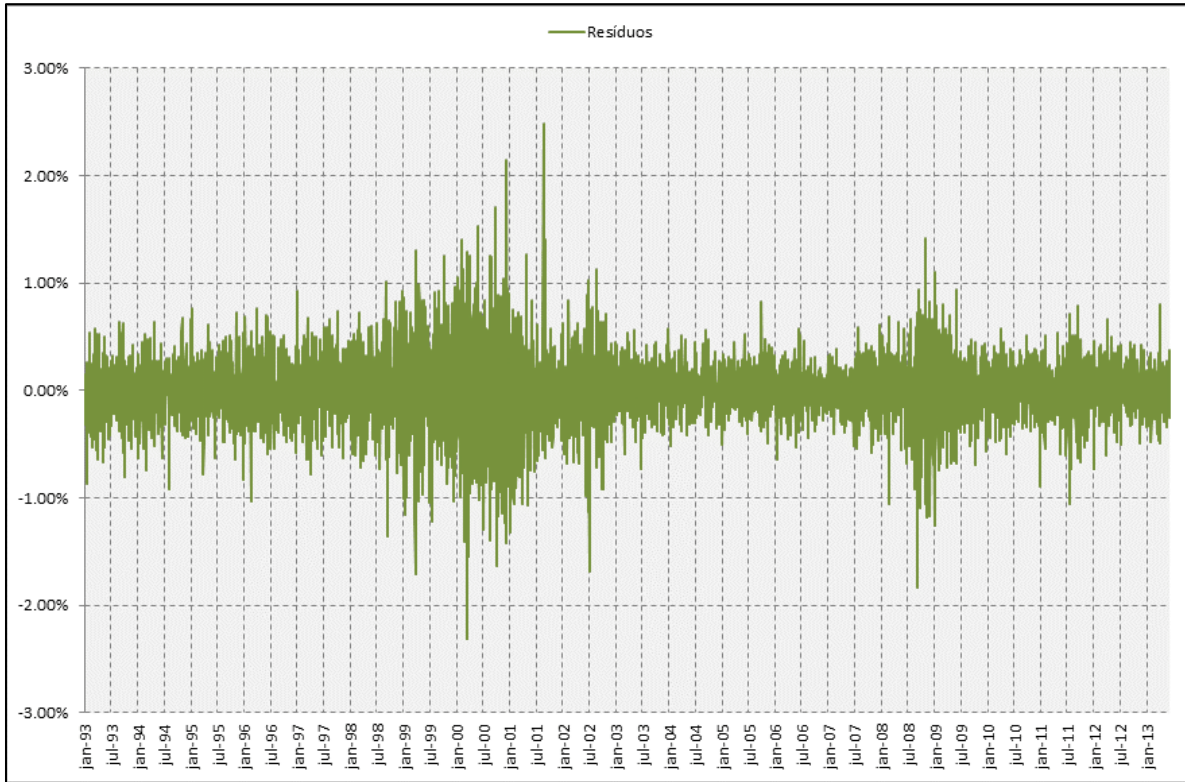
Sendo assim, qualquer um dos dois últimos modelos pode ser considerado adequado. Optou-se por utilizar o último e seu ajuste é mostrado na Figura 6-14. Os resíduos estão na Figura 6-15 e tem baixos valores absolutos se comparados com a série real. Isto significa que o modelo se aproxima da série real no intervalo de tempo estudado.

Figura 6-14: Série Real x Estimada



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 6-15: Resíduos do Modelo



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Os resíduos padronizados dos três modelos estão no Apêndice C: Resíduos Padronizados.

6.7. Determinação dos Limites de Controle

Nesta seção serão mostrados os resultados das simulações de determinação dos limites de controle.

O modelo ajustado é fundamental para elaborar os gráficos de controle propostos pelo trabalho, pois é utilizado para calcular as estatísticas dos três gráficos propostos. Seu cálculo está na equação (6.6).

$$R_t = 1,019100 \cdot INDU_t + 0,053399 \cdot R_{t-1} + 0,044212 \cdot R_{t-13} - 0,039250 \cdot R_{t-14} + a_t \quad (6.6)$$

As propriedades das distribuições dos retornos estudadas na seção 6.3 tornam complexa a determinação analítica dos limites de controle. É necessário, portanto, um

algoritmo de simulação. Os dados de entrada gerais para simulação, válidos para os três gráficos são:

- $NumSim = 50000$ é o número de vezes que se gera a série de retornos;
- $R_t = EX_t + AR_t + a_t$ é o retorno simulado no instante t ;
- $EX_t = \beta \cdot INDU_t$ é o componente de variáveis exógenas, onde $\beta = 1,019100$;
- $AR_t = \phi_1 \cdot R_{t-1} + \phi_{13} \cdot R_{t-13} + \phi_{14} \cdot R_{t-14}$ é o componente auto-regressivo, onde $\phi_1 = 0,053399$, $\phi_{13} = 0,044212$ e $\phi_{14} = -0,039250$ são os coeficientes de regressão estimados no software Eviews 7.1;
- $ARL_o^{alvo} = 100$. Este valor foi discutido na seção 5.7;
- $Std = 3,267 \cdot 10^{-3}$. É a estimativa de desvio padrão. Foi utilizado o erro-padrão da regressão, obtido nas saídas da regressão no software Eviews 7.1.

6.7.1. Retornos

No gráfico de Shewhart utiliza-se a precisão $Add = 10^{-6}$ para os aumentos dos limites de controle. Monitora-se a estatística $R_t = EX_t + AR_t + a_t$, onde a_t é um ruído branco gerado pelo algoritmo, e o resultado é o limite de controle final $LC = 0,018588$.

6.7.2. CUSUM

Para obter o limite de controle CUSUM foi utilizado um valor diferente para a precisão: $Add = 10^{-5}$. Monitora-se a estatística $C_t^+ = \max[0, R_t - (\mu_0 + K\sigma) + C_{t-1}^+]$ e os resultados das simulações para os seis diferentes valores de K e suas respectivas precisões estão na Tabela 6-18.

Tabela 6-18: Limites de Controle - CUSUM

K	<i>Limite de Controle</i>
0,25	0,05597
0,50	0,04182
0,75	0,03290
1,00	0,02658
1,50	0,01923
2,00	0,01522

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Percebe-se que os limites de controle decrescem quando K cresce, o que é esperado, dado que a estatística C_t^+ acumula desvios de magnitude superior a $K\sigma$ da média. Assim, espera-se que se acumulem menores valores em C_t^+ à medida que K aumenta. Portanto, geram-se mais amostras para atingir um mesmo limite de controle, o que eleva os ARL_0 obtidos, resultando em menores de limites de controle finais.

6.7.3. EWMA

No caso do gráfico EWMA, os limites foram determinados com precisão de $Add = 10^{-6}$. Os limites de controle para os diferentes valores de λ e sua respectiva precisão estão na Tabela 6-19. Monitora-se a estatística $E_t = \lambda R_t + (1 - \lambda)E_{t-1}$. Assim, quanto maior o fator de suavização λ , maior a ponderação dos retornos, o que aproxima o gráfico EWMA do gráfico de Shewhart. Por outro lado, menores λ significam menor influência dos últimos valores de retornos em virtude da maior ponderação dos valores passados.

Tabela 6-19: Limites de Controle - EWMA

λ	Limite de Controle
0,05	0,002150
0,10	0,003647
0,30	0,007665
0,50	0,010646
0,70	0,013587
0,90	0,016868

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

6.8. Cálculo de ARL fora de controle

Com os limites de controle já determinados, o objetivo desta seção é calcular os ARL_1 resultantes de deslocamentos $\delta \cdot \sigma$ na média dos retornos. Em outras palavras, mede-se a rapidez com a qual cada gráfico detecta desvios de diferentes magnitudes na média. Todos os resultados mostrados nesta seção serão discutidos na seção 6.9 de Resultados e Comparação.

O cálculo dos ARL_1 é realizado conforme o algoritmo proposto na Metodologia (capítulo 5). Os deslocamentos na média serão incorporados na equação de cálculo dos retornos R_t , causando diferentes resultados nos três gráficos de controle. Assim, eles passarão a ser calculados a partir da equação (6.7).

$$R_t = \delta \cdot std + 1,019100 \cdot INDU_t + 0,053399 \cdot R_{t-1} + 0,044212 \cdot R_{t-13} - 0,039250 \cdot R_{t-14} + a_t \quad (6.7)$$

6.8.1. Retornos

Utilizando-se $LC = 0,018588$, obtém-se a Tabela 6-20, que mostra os resultados ARL_1 em função dos deslocamentos da média δ , em termos de desvios-padrões.

Tabela 6-20: ARL fora de controle – Gráfico Shewhart

Gráfico de Controle Shewhart	
δ	ARL_1
0,00	100,16
0,25	72,20
0,50	50,21
0,75	37,45
1,00	30,38
1,50	23,81
2,00	20,69

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

6.8.2. CUSUM

Os resultados de ARL fora de controle para o gráfico CUSUM estão na Tabela 6-21.

Tabela 6-21: ARL fora de controle – Gráfico CUSUM

Gráfico de Controle CUSUM		K					
		0,25	0,50	<i>0,75</i>	<i>1,00</i>	<i>1,50</i>	<i>2,00</i>
δ	<i>0,00</i>	99,89	100,16	100,06	100,30	99,98	100,08
	<i>0,25</i>	29,29	28,78	30,25	34,11	43,78	56,63
	<i>0,50</i>	23,49	23,01	23,04	23,43	25,83	32,64
	<i>0,75</i>	21,60	21,20	21,32	21,73	22,72	24,54
	<i>1,00</i>	19,38	18,91	19,11	19,60	21,08	22,52
	<i>1,50</i>	15,50	14,84	14,74	15,09	16,57	18,77
	<i>2,00</i>	11,93	10,91	10,63	10,81	12,25	14,38

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

6.8.3. EWMA

Os resultados de ARL fora de controle para o gráfico EWMA estão na Tabela 6-22.

Tabela 6-22: ARL fora de controle – Gráfico EWMA

Gráfico de Controle		λ					
EWMA		0,05	0,10	0,30	0,50	0,70	0,90
δ	0,00	100,22	99,94	100,40	100,16	100,05	100,33
	0,25	26,88	26,90	36,54	48,36	56,95	68,86
	0,50	22,50	22,60	24,62	29,92	34,68	44,95
	0,75	20,04	20,55	22,25	23,54	27,13	32,67
	1,00	17,64	18,11	20,47	21,67	23,41	28,05
	1,50	13,45	13,86	18,30	18,22	19,97	22,16
	2,00	9,78	10,01	12,60	15,05	17,26	19,62

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

6.9. Resultados e Comparação

Primeiramente, cabe analisar individualmente cada tipo de gráfico para verificar sob quais circunstâncias são obtidos os melhores resultados. Em seguida, os três tipos serão comparados entre si, numa análise integrada.

A análise específica do gráfico de Shewhart, observando-se a Tabela 6-20, permite constatar que os ARL fora de controle reduzem à medida que o deslocamento é maior, o que teoricamente faz sentido, pois o gráfico deve ser mais eficiente nas situações em que há maior aumento na média.

Já a análise individual do gráfico CUSUM é mais complexa. Inicialmente, pode-se fixar um valor de δ . Analisando-se a Tabela 6-21, percebe-se que não há relação direta que possa ser estabelecida entre os valores de K e os ARL fora de controle. Na verdade, nos casos em que K vale 0.25, 0.50 e 0.75, pode-se considerar que para todos os deslocamentos de média estudados no trabalho, os desempenhos são muito próximos. Não há diferença maior que 2 dias (úteis) entre o melhor e pior K nestas condições. Fixando-se K , e analisando o comportamento dos ARL_1 resultantes de aumentos δ na média, percebe-se que os gráficos com altos valores de K mostram melhora significativa de desempenho quando o deslocamento é maior (entre 0.75σ e 2.00σ). No entanto, mesmo com a melhora, não superam os gráficos nos quais K é menor. Quando se observa o maior deslocamento de média estudado neste trabalho (dois desvios padrões), o desempenho do gráfico onde $K=2$ é o mais fraco. Em termos práticos, pode-se dizer que os menores valores de K apresentaram melhores resultados que os maiores para quase todos os deslocamentos testados. Isto significa que a série de tempo estudada é melhor monitorada por gráficos CUSUM de parâmetros K menores que 1 ($K=0.25$ e $K=0.50$), quando se deseja detectar aumentos na média de magnitude entre zero e dois desvios padrões.

O desempenho individual do gráfico EWMA também mostra alguns resultados interessantes. Vale ressaltar, inicialmente, que quanto menor o valor de λ , menor o peso do retorno R_t atual, e maior a influência dos valores passados. A Tabela 6-22 mostra um comportamento mais uniforme dos ARL fora de controle com relação ao valor λ . Observa-se um padrão de maiores ARL_1 à medida que λ cresce. Isto significa que para esta série de tempo, há influência negativa do valor atual no desempenho do gráfico de controle.

Considerando-se que $\lambda = 1$ significaria, hipoteticamente, um gráfico de controle Shewhart (pois há impacto nulo dos elementos passados na estatística monitorada), os maiores valores de λ deveriam apresentar maiores ARL_1 para menores desvios da média, o que de fato ocorre. Basta analisar, por exemplo, um desvio de 0.25σ . A diferença entre os ARL_1 do caso $\lambda = 0.90$ para o caso $\lambda = 0.10$ é de aproximadamente 42 dias, que são dois meses em termos de dias úteis. Nota-se que diferenças desta magnitude não ocorrem quando δ assume maiores valores. Nos dois maiores desvios simulados (1.50σ e 2.00σ), a diferença de desempenho entre os gráficos com melhor e pior λ é de aproximadamente dez dias úteis. Ainda assim, os menores λ tiveram melhor desempenho para estes desvios. Pode-se concluir que para esta série, os gráficos EWMA nos quais $\lambda = 0.05$ e $\lambda = 0.10$ são mais adequados para monitorar a média.

Finalmente, uma análise comparativa entre os três gráficos deve ser feita. Primeiramente, constatou-se que os gráficos de controle com memória são mais eficientes que o gráfico Shewhart para os deslocamentos de média analisados no trabalho (de 0.25σ a 2σ). Basta visualizar o gráfico de controle EWMA mais próximo ao gráfico Shewhart, que é aquele onde $\lambda = 0.90$. Mesmo neste caso, o primeiro se mostra melhor. O gráfico CUSUM com pior desempenho foi aquele no qual $K=2$ (visa detectar desvios de 2σ na média), e ele também obteve menores ARL_1 em relação ao gráfico de controle Shewhart.

Comparando os melhores gráficos CUSUM ($K = 0.25$ e $K = 0.50$) com os melhores gráficos EWMA ($\lambda = 0.05$ e $\lambda = 0.10$), percebe-se que os gráficos EWMA apresentam pequena vantagem. Sua superioridade é de 1 a 3 dias, dependendo do δ para o qual é realizada a comparação. Como este número de dias é muito pequeno comparado ao intervalo temporal da série (aproximadamente 20 anos), é possível que a superioridade dos gráficos EWMA não seja tão evidente nos gráficos de controle da série real, a serem plotados nesta seção.

No entanto, quando se assume maiores valores de λ , há uma queda visível do desempenho dos gráficos EWMA, o que não ocorre em gráficos CUSUM para maiores valores de K . Sendo assim, utilizar um gráfico CUSUM com valor alto de K pode ser mais apropriado que um gráfico EWMA com valor alto de λ , caso se deseje detectar desvios de média maiores. Neste caso, no entanto, vale ressaltar que quanto maior for K , mais o desempenho do gráfico CUSUM se aproxima ao de um gráfico Shewhart. O mesmo vale para

o gráfico EWMA, quando λ se aproxima de 1. Portanto, dependendo da magnitude do deslocamento da média, o gráfico Shewhart pode ter melhor desempenho que ambos os gráficos com memória.

Com a finalidade de verificar a utilidade dos três gráficos no caso real, obtiveram-se as séries históricas R_t , E_t e C_t^+ , utilizando $\lambda = 0.10$ e $K = 0.50$, para construir gráficos de controle para dados passados, os quais deveriam detectar deslocamentos de média. O gráfico de Shewhart está representado na Figura 6-16, enquanto o EWMA se encontra na Figura 6-17 e o CUSUM, na Figura 6-18.

É interessante notar que os três gráficos detectaram a Bolha da Internet (ou Bolha Ponto Com), que foi um período de muita especulação caracterizado pela forte alta das ações relacionadas a tecnologia no final da década de 90. O ápice deste movimento de preços ocorreu no início de 2000. No decorrer deste ano, entretanto, os preços sofreram queda significativa, que foi potencializada em 2001 com o atentado das torres gêmeas. Em 2003, iniciou-se a recuperação dos mercados, a qual também foi sinalizada por alarmes nos gráficos de controle construídos. Por último, observando o período entre 2008 e 2013, nota-se que os gráficos detectaram o movimento de forte alta decorrente do anúncio da “primeira” política de afrouxamento monetário (*Quantitative Easing 1*) pelo *Fed* após a Crise Financeira de 2008. Além disso, são detectados, principalmente pelo gráfico CUSUM, os eventos de anúncio do QE2 (“segunda” política de afrouxamento monetário pelo *Fed*, em meados de 2010) e da Operação *Twist* (venda de títulos de curto prazo e compra de títulos de longo prazo, com o objetivo de estimular a economia sem expansão do balanço) em 2011, também pelo *Fed*. Assim, a aplicação destas ferramentas na série real pode ser considerada eficaz para este intervalo temporal.

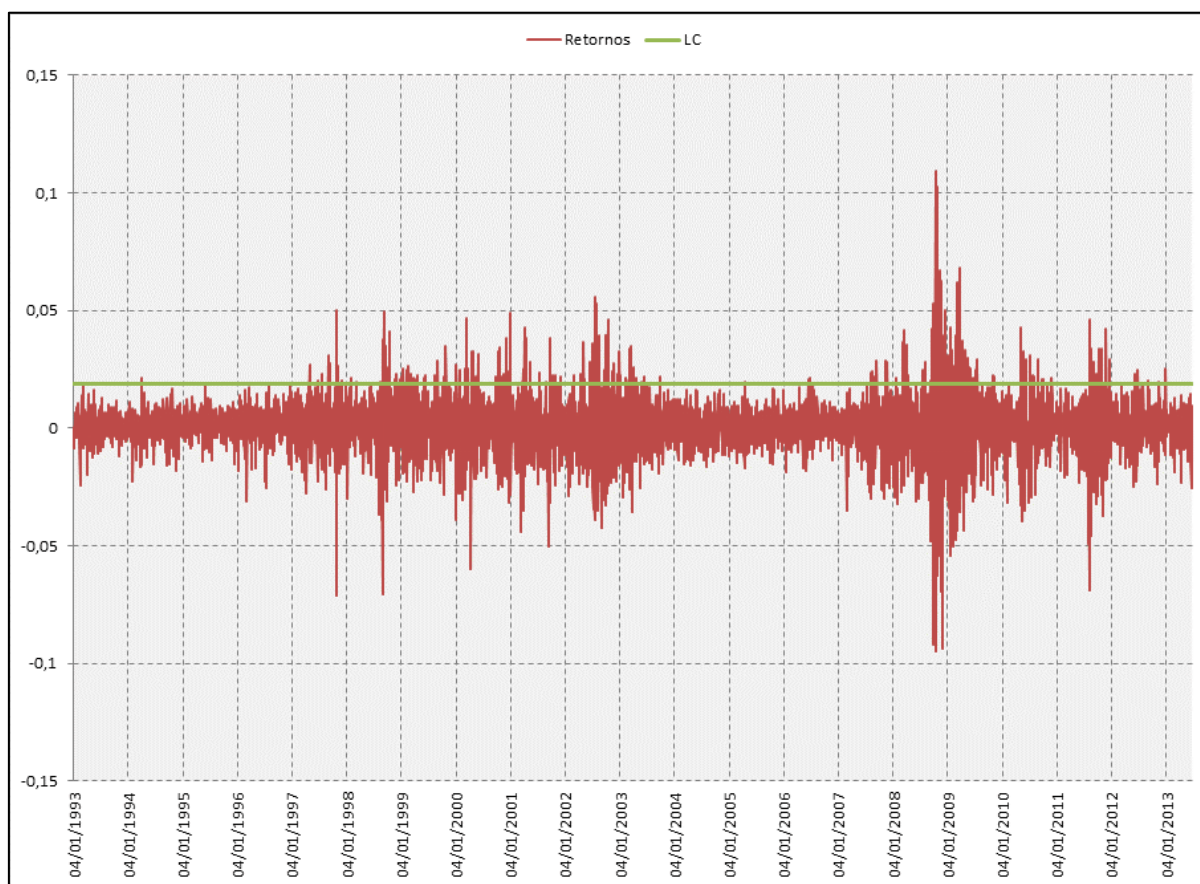
Nota-se, no entanto, que o gráfico Shewhart produz mais alarmes falsos que os gráficos com memória (é considerada média deslocada quando na realidade não houve deslocamento).

Comparando-se os gráficos de controle com memória entre si, percebe-se que o gráfico EWMA tem um maior número de alarmes. Pode-se argumentar que isto é reflexo de seu melhor desempenho para detectar aumentos pequenos de média, como já discutido anteriormente. Por outro lado, percebe-se que o gráfico CUSUM, apesar de ter o alarme sinalizado com menos frequência, detectou os principais deslocamentos da média no período. Assim, este teste é inconclusivo em termos da comparação entre os gráficos com memória.

Finalmente, é notável o valor baixo da estatística EWMA no período da crise de 2008. Analisar deslocamentos da média para valores menores não é a proposta do trabalho, porém parece ser um tema interessante para explorar em trabalhos futuros. Também vale destacar o alarme do gráfico CUSUM para o mesmo período. Ele antecipa o movimento de alta do *S&P 500* já no final de 2008, que teoricamente é o período em que os investidores estão muito cautelosos com relação à compra de ações e demais ativos de risco.

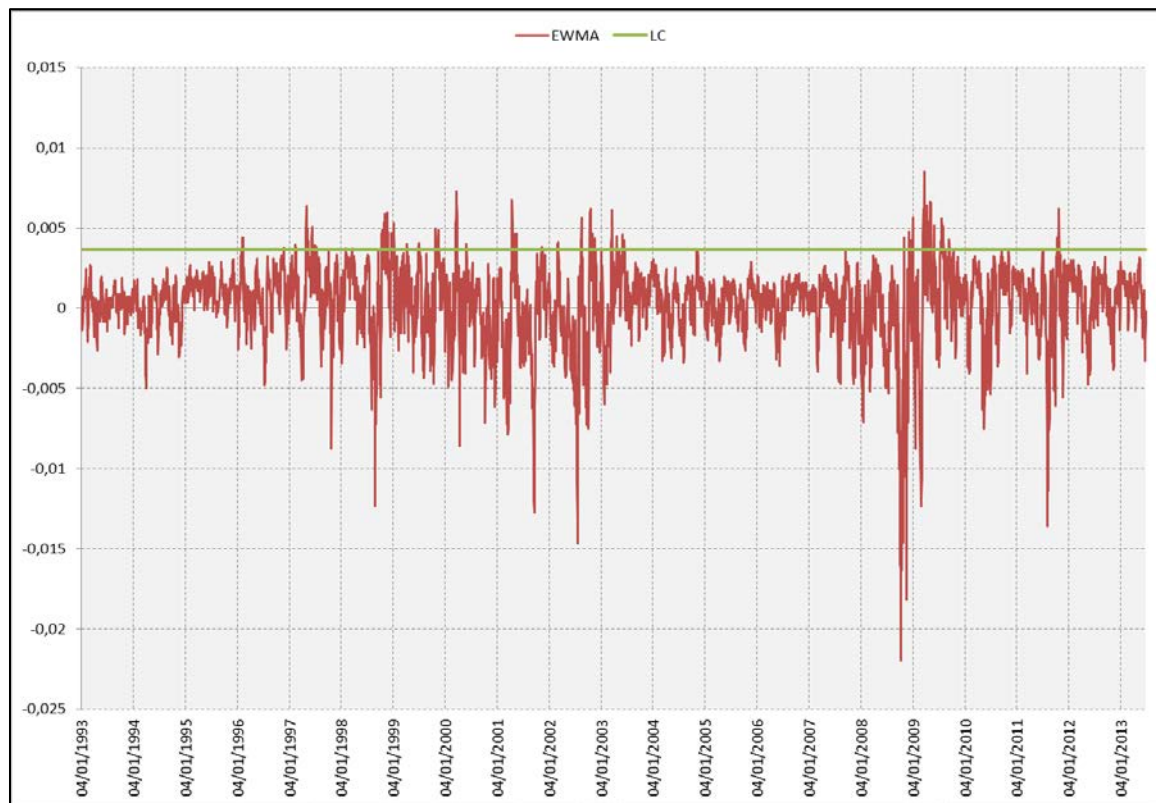
Em suma, os três gráficos de controle se mostraram capazes de detectar os grandes aumentos na média. Os gráficos com memória tiveram menos alarmes falsos, o que indica maior eficácia e, portanto, parecem ser os mais adequados para monitorar esta série temporal neste período.

Figura 6-16: Gráfico de Controle Shewhart



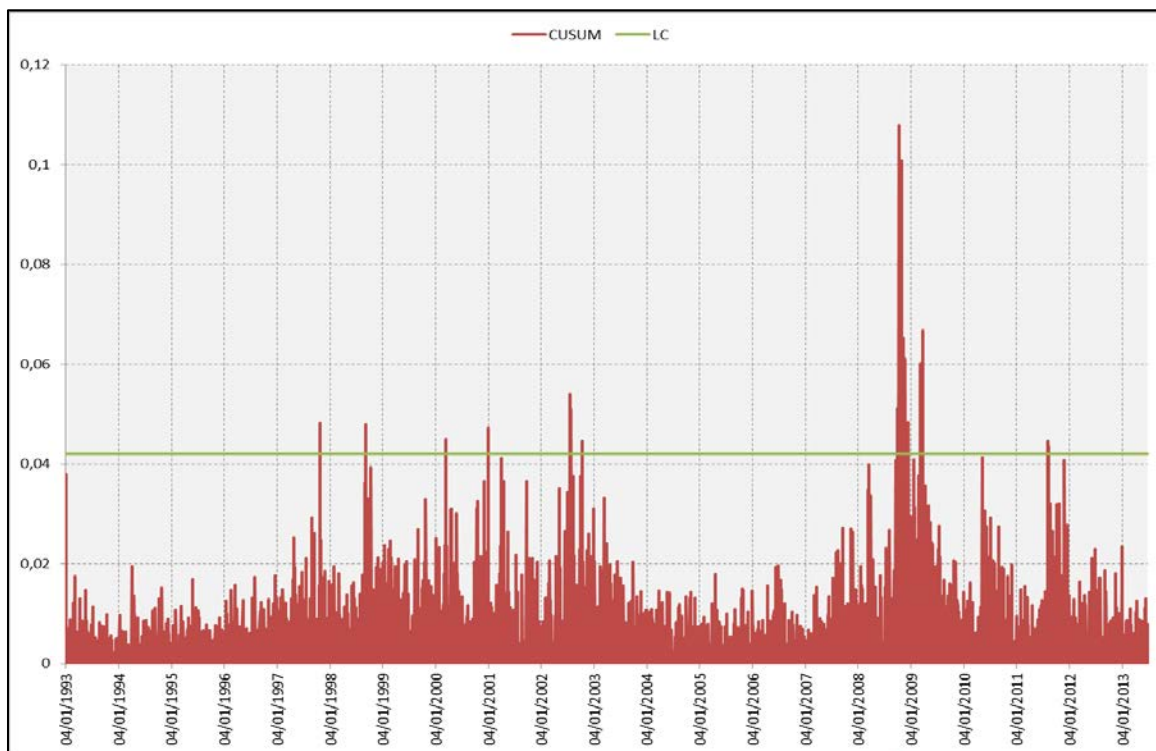
Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 6-17: Gráfico de Controle EWMA



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Figura 6-18: Gráfico de Controle CUSUM



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

7. CONCLUSÕES

Este capítulo é dedicado a apresentar as conclusões do trabalho, analisando criticamente os resultados alcançados e todos os passos necessários para isto.

7.1. Resultados Obtidos

O trabalho foi elaborado com o objetivo de criar uma ferramenta quantitativa para auxiliar a tomada de decisões com relação a ativos financeiros. Neste contexto, buscou-se modelar os retornos do ativo financeiro com base na econometria, utilizando uma regressão mista (auto-regressão aliada a regressão linear com variável exógena). A estatística resultante foi monitorada por três tipos de gráficos de controle, dos quais dois utilizam memória, ou seja, valores passados. Neste sentido, o trabalho cumpriu seu objetivo, tanto do ponto de vista teórico quanto prático. No primeiro caso, percebe-se uma queda significativa do ARL quando a média é deslocada. Nos gráficos com memória, por exemplo, são reduzidos aproximadamente 70 dias quando a média se desloca 0.25σ , que é o deslocamento mínimo simulado no trabalho. Já em termos práticos, os três gráficos de controle tiveram o alarme sinalizado em períodos de aumento de média. Assim, se eles tivessem sido aplicados desde o início do período estudado, seriam boas ferramentas para auxiliar a tomada de decisão a respeito do *S&P 500*.

O gráfico de Shewhart apresentou pior desempenho em relação aos gráficos com memória, pois este trabalho analisou desvios menores de média. Espera-se que à medida que os desvios são maiores, este gráfico tem desempenhos superiores que os outros dois (veja Apêndice B: Simulações para Maiores Desvios na Média). O gráfico EWMA mostrou valores de ARL_1 menores que o gráfico CUSUM, porém esta vantagem não pôde ser comprovada nos gráficos de controle traçados na seção 6.9.

O modelo ajustado para a série é adequado no intervalo de tempo adotado, porém pode perder precisão com o passar do tempo. Assim, deve-se monitorar constantemente as autocorrelações da série e os ativos exógenos com maiores correlações ao *S&P 500* para que não seja perdida a eficácia dos gráficos.

7.2. Análise Crítica das Etapas do Trabalho

Inicialmente, pode-se dividir o trabalho em duas principais bases de conhecimento: Modelagem Econométrica e Controle Estatístico de Processos.

A compreensão teórica da Modelagem Econométrica envolveu muitos assuntos inéditos, que demandaram muito tempo para serem compreendidos, antes mesmo do início da metodologia. Além disso, o software utilizado para executar os testes relacionados a este tema e ajustar o modelo também constituiu um novo aprendizado para o aluno. A execução dos métodos, entretanto, foi relativamente rápida, pois o software se mostrou eficiente para realizar as atividades propostas no trabalho. O maior aprendizado, do ponto de vista prático, nesta área de conhecimento foi a descoberta de diversos modelos que podem ser ajustados às séries temporais financeiras.

Com relação ao Controle Estatístico de Processos, a aprendizagem teórica foi menos custosa em termos de tempo e recurso, visto que os gráficos do tipo Shewhart já não eram inéditos ao aluno. Assim, basicamente adquiriu-se conhecimento a respeito dos gráficos de controle com memória, que se mostraram muito eficientes na detecção de desvios menores de média. Entretanto, em termos práticos, as simulações levaram muito tempo para serem executadas e há muitos parâmetros para serem variados em cada tipo de gráfico de controle.

7.3. Sugestões

A execução do trabalho elucidou alguns pontos interessantes para serem abordados futuramente.

O gráfico EWMA com dados passados (Figura 6-17) mostrou uma grande queda no valor da estatística no ano de 2008, o que sugere a elaboração de gráficos de controle para detectar diminuições na média. Ao invés de antecipar períodos de otimismo, eles seriam úteis para prever recessões, que são muitas vezes fortes detratoras de desempenho das instituições financeiras.

Também foi levantada a possibilidade de monitorar estatísticas diferentes do preço de fechamento, como por exemplo o preço máximo de cada dia, o que poderia fornecer resultados e desempenhos diferentes dos encontrados.

Por último, propõe-se o estudo de uma alternativa ao gráfico Shewhart: o tema de *warning limits* (limites intermediários de controle) pode ser futuramente estudado, com o intuito de se detectar, no próprio gráfico Shewhart, desvios menores. Neste sentido, antes da intervenção em si, tem-se um nível de alerta para o processo.

Como o assunto abordado neste trabalho é relativamente incipiente no mercado financeiro brasileiro, principalmente se compararmos com o americano, trata-se de um tema que possui enorme potencial de avanço. A empresa se mostrou muito satisfeita com os resultados obtidos e aberta a novas aplicações deste método, principalmente em outros mercados (por exemplo, taxas de juros futuros e câmbio).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOX, G.E.P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C., *Time series analysis: Forecasting and control*. 4. Ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall Inc., 1994, 784 p.

CHAGAS, E.S.; RUSSO, S.L.; SIMON, V.H., *Gráficos de Controle CUSUM: Uma forma eficaz para detectar pequenos desajustes na média de um processo*. In: Congresso de matemática aplicada e computacional, 34., 2012. Natal. *Anais...* Natal: 2012. p. 281-283.

Disponível em: <<http://www.sbmec.org.br/cmecs/cmec-ne/2012/trabalhos/PDF/244.pdf>>.

Acesso em: 25 set. 2013.

COSTA, A.F.B., *Controle Estatístico de Qualidade*. 2ª Edição. São Paulo: Atlas, 2008. 336p.

COSTA, P.H.S.; BAIDYA, T.K.N., *Propriedades Estatísticas Das Séries De Retornos Das Principais Ações Brasileiras*. *Pesqui. Oper.*, [online], Rio de Janeiro, vol.21, n.1, p. 61-87, 2001.

Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0101-74382001000100005&script=sci_arttext>. Acesso em: 25 set. 2013.

COSTA NETO, P.L.O., *Estatística*. 2ª Edição. São Paulo: Blucher, 2002. 266p.

DICKEY, D.A.; FULLER, W.A., *Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root*. *Econometrica*, [s.l.], 49, p. 1052-1072, 1979.

EHLERS, R.S., *Análise de Séries Temporais*. 5ª Edição, 2009. Disponível em: <<http://www.icmc.usp.br/ehlers/stemp/stemp.pdf>>. Acesso em: 18 set. 2013.

HAMILTON, J.D., *Time Series Analysis*. 1. Ed. Princeton: Princeton University Press, 1994, 820p.

MONTGOMERY, D.C., *Introduction to Statistical Quality Control*. 4. Ed. John Wiley and Sons, 2001. 796p.

MORETTIN, P.A.: *Econometria financeira: Um curso em séries temporais financeiras*. São Paulo: Blucher, 2011. 383p.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M.C.: *Análise de Séries Temporais*. 2ª Edição. São Paulo: Blucher, 2006. 538p.

PHILLIPS, P.C.B.; PERRON, P., *Testing for unit roots in time series regression*. Biometrika, Great Britain, v.75, n.2, p.335-346, 1988.

SOUZA, L.M.; JÚNIOR, J.I.R.; REIS, G.M.; IDE, M.S., *Eficiência dos gráficos de controle xbarra, ewma e cusum*. Rev. Eletrônica Produção & Engenharia, v. 1, n. 1, p. 81-94, set./dez. 2008.

Disponível

em:

<http://www.revistaproducaoengenharia.org/arearestrita/arquivos_internos/artigos/3106_40.pdf>. Acesso em: 25 set. 2013.

APÊNDICES

Apêndice A: Códigos dos Algoritmos VBA

Obtenção dos Limites de Controle do Gráfico Tipo Shewhart

```
Sub RETORNO_limitecontrole()
```

```
Dim phi(20) As Double
```

```
Dim linha, coluna, linhainicial, colunainicial As Integer
```

```
Dim retorno(10000) As Double
```

```
Dim rb(10000) As Double
```

```
Dim defasagem As Integer
```

```
Dim LC, LCfinal, ARL, ARLmed, ARLalvo As Double
```

```
Dim NumSim As Long
```

```
Dim med, std As Double
```

```
Dim beta, dow(10000) As Double
```

```
beta = 1.01910010976823
```

```
linha = Range("tzero").Row + 1
```

```
For i = 1 To 5161
```

```
dow(i) = Cells(linha, 2)
```

```
linha = linha + 1
```

```
Next i
```

Randomize

med = 0

std = 3.26685513198351E-03

add = 0.000001

LC = 0

defasagem = 14

ARLalvo = 100

NumSim = 50000

colunainicial = Range("iniciophi").Column

coluna = colunainicial

For i = 1 To defasagem

phi(i) = Cells(1, coluna)

coluna = coluna + 1

Next

Do While ARLmed < ARLalvo

ARL = 0

For n = 1 To NumSim

For t = 0 To 10000

rb(t) = aleat(med, std)

```

retorno(t) = beta * dow(t) + phi(1) * retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 1)) *
positivo(t - 1) + phi(13) * retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 13)) * positivo(t
- 13) + phi(14) * retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 14)) * positivo(t - 14) +
rb(t)

```

```

If (retorno(t) > LC) Then

```

```

Exit For

```

```

End If

```

```

Next t

```

```

ARL = ARL + t

```

```

Next n

```

```

ARLmed = ARL / NumSim

```

```

LC = LC + add

```

```

Loop

```

```

LCfinal = LC - add

```

```

Range("LCfinal") = LC - add

```

```

ActiveSheet.Cells.Calculate

```

```

End Sub

```

Obtenção do ARL Fora de Controle do Gráfico Tipo Shewhart

```
Sub RETORNO_ForadeControle()
```

```
Dim phi(20) As Double
```

```
Dim linha, coluna, linhainicial, colunainicial As Integer
```

```
Dim retorno(10000) As Double
```

```
Dim rb(10000) As Double
```

```
Dim defasagem As Integer
```

```
Dim LC, ARL, ARLmed As Double
```

```
Dim NumSim As Long
```

```
Dim med, std As Double
```

```
Dim addmedia As Double
```

```
Dim beta, dow(10000) As Double
```

```
beta = 1.01910010976823
```

```
linha = Range("tzero").Row + 1
```

```
For i = 1 To 5161
```

```
dow(i) = Cells(linha, 2)
```

```
linha = linha + 1
```

```
Next i
```

```
Randomize
```

```
med = 0
```

```
std = 3.26685513198351E-03
```

```
LC = Range("LCfinal").Value
```

```
defasagem = 14
```

```
NumSim = 50000
```

```
addmedia = std * 2
```

```
colunainicial = Range("iniciophi").Column
```

```
coluna = colunainicial
```

```
For i = 1 To defasagem
```

```
phi(i) = Cells(1, coluna)
```

```
coluna = coluna + 1
```

```
Next
```

```
ARL = 0
```

```
For n = 1 To NumSim
```

```
For t = 0 To 10000
```

```
rb(t) = aleat(med, std)
```

```

retorno(t)      =      addmedia      +      beta      *      dow(t)      +      phi(1)      *
retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 1)) * positivo(t - 1) + phi(13) *
retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 13)) * positivo(t - 13) + phi(14) *
retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 14)) * positivo(t - 14) + rb(t)

```

If (retorno(t) > LC) Then

Exit For

End If

Next t

ARL = ARL + t

Next n

ARLmed = ARL / NumSim

Range("ARLFora") = ARLmed

ActiveSheet.Cells.Calculate

End Sub

Obtenção dos Limites de Controle do Gráfico Tipo EWMA

Sub EWMA_limitecontrole()

Dim phi(20) As Double

Dim linha, coluna, linhainicial, colunainicial As Integer

Dim retorno(10000) As Double

Dim rb(10000) As Double

Dim defasagem As Integer

Dim LC, LCfinal, ARL, ARLmed, ARLalvo As Double

Dim NumSim As Long

Dim med, std As Double

Dim ewma(10000) As Double

Dim mediaalvo, lambda As Double

Dim beta, dow(10000) As Double

beta = 1.01910010976823

linha = Range("tzero").Row + 1

For i = 1 To 5161

dow(i) = Cells(linha, 2)

linha = linha + 1

Next i

Randomize

med = 0

std = 3.26685513198351E-03

add = 0.00001

LC = 0

defasagem = 14

ARLalvo = 100

NumSim = 50000

mediaalvo = 0

lambda = Range("parametrolambda").Value

colunainicial = Range("iniciophi").Column

coluna = colunainicial

For i = 1 To defasagem

phi(i) = Cells(1, coluna)

coluna = coluna + 1

Next

Do While ARLmed < ARLalvo

ARL = 0

For n = 1 To NumSim

ewma(0) = mediaalvo

retorno(0) = aleat(med, std)

For t = 1 To 10000

```

retorno(t) = beta * dow(t) + phi(1) * retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 1)) *
positivo(t - 1) + phi(13) * retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 13)) * positivo(t
- 13) + phi(14) * retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 14)) * positivo(t - 14) +
aleat(med, std)

```

```

ewma(t) = lambda * retorno(t) + (1 - lambda) * ewma(t - 1)

```

```

If (ewma(t) > LC) Then

```

```

Exit For

```

```

End If

```

```

Next t

```

```

ARL = ARL + t

```

```

Next n

```

```

ARLmed = ARL / NumSim

```

```

LC = LC + add

```

```

Loop

```

```

LCfinal = LC - add

```

```

Range("LCfinal") = LC - add

```

```

ActiveSheet.Cells.Calculate

```

```

End Sub

```

Obtenção do ARL Fora de Controle do Gráfico Tipo EWMA

Sub EWMA_ForadeControle()

Dim phi(20) As Double

Dim linha, coluna, linhainicial, colonainicial As Integer

Dim retorno(10000) As Double

Dim rb(10000) As Double

Dim defasagem As Integer

Dim LC, ARL, ARLmed As Double

Dim NumSim As Long

Dim med, std As Double

Dim ewma(10000) As Double

Dim mediaalvo, lambda As Double

Dim addmedia As Double

Dim beta, dow(10000) As Double

beta = 1.01910010976823

linha = Range("tzero").Row + 1

For i = 1 To 5161

dow(i) = Cells(linha, 2)

linha = linha + 1

Next i

Randomize

med = 0

std = 3.26685513198351E-03

LC = Range("LCfinal").Value

defasagem = 14

NumSim = 50000

mediaalvo = 0

lambda = Range("parametrolambda").Value

addmedia = Range("addmedia").Value

colunainicial = Range("iniciophi").Column

coluna = colunainicial

For i = 1 To defasagem

phi(i) = Cells(1, coluna)

coluna = coluna + 1

Next

ARL = 0

For n = 1 To NumSim

ewma(0) = mediaalvo

rb(0) = aleat(med, std)

retorno(0) = rb(0)

For t = 1 To 10000

rb(t) = aleat(med, std)

retorno(t) = addmedia * std + beta * dow(t) + phi(1) *
 retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 1)) * positivo(t - 1) + phi(13) *
 retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 13)) * positivo(t - 13) + phi(14) *
 retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 14)) * positivo(t - 14) + rb(t)

ewma(t) = lambda * retorno(t) + (1 - lambda) * ewma(t - 1)

If (ewma(t) > LC) Then

Exit For

End If

Next t

ARL = ARL + t

Next n

ARLmed = ARL / NumSim

Range("ARLFora") = ARLmed

ActiveSheet.Cells.Calculate

End Sub

Obtenção dos Limites de Controle do Gráfico Tipo CUSUM

Sub CUSUM_limitecontrole()

Dim phi(20) As Double

Dim linha, coluna, linhainicial, colunainicial As Integer

Dim retorno(10000) As Double

Dim rb(10000) As Double

Dim defasagem As Integer

Dim LC, LCfinal, ARL, ARLmed, ARLalvo As Double

Dim NumSim As Long

Dim med, std As Double

Dim cusum(10000) As Double

Dim mediaalvo, k As Double

Dim beta, dow(10000) As Double

beta = 1.01910010976823

linha = Range("tzero").Row + 1

For i = 1 To 5161

dow(i) = Cells(linha, 2)

linha = linha + 1

Next i

Randomize

med = 0

std = 3.26685513198351E-03

add = 0.0001

LC = 0

defasagem = 14

ARLalvo = 100

NumSim = 50000

mediaalvo = 0

k = Range("parametrok").Value

colunainicial = Range("iniciophi").Column

coluna = colunainicial

For i = 1 To defasagem

phi(i) = Cells(1, coluna)

coluna = coluna + 1

Next

Do While ARLmed < ARLalvo

ARL = 0

For n = 1 To NumSim

cusum(0) = 0

rb(0) = aleat(med, std)

retorno(0) = rb(0)

For t = 1 To 10000

rb(t) = aleat(med, std)

retorno(t) = beta * dow(t) + phi(1) * retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 1)) *
positivo(t - 1) + phi(13) * retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 13)) * positivo(t
- 13) + phi(14) * retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 14)) * positivo(t - 14) +
rb(t)

cusum(t) = Application.WorksheetFunction.Max(0, retorno(t) - (mediaalvo + k * std) +
cusum(t - 1))

If (cusum(t) > LC) Then

Exit For

End If

Next t

ARL = ARL + t

Next n

ARLmed = ARL / NumSim

LC = LC + add

Loop

LCfinal = LC - add

Range("LCfinal") = LC - add

ActiveSheet.Cells.Calculate

End Sub

Obtenção do ARL Fora de Controle do Gráfico Tipo CUSUM

```
Sub CUSUM_ForadeControle()
```

```
Dim phi(20) As Double
```

```
Dim linha, coluna, linhainicial, colunainicial As Integer
```

```
Dim retorno(10000) As Double
```

```
Dim rb(10000) As Double
```

```
Dim defasagem As Integer
```

```
Dim LC, ARL, ARLmed As Double
```

```
Dim NumSim As Long
```

```
Dim med, std As Double
```

```
Dim cusum(10000) As Double
```

```
Dim mediaalvo, k As Double
```

```
Dim addmedia As Double
```

```
Dim beta, dow(10000) As Double
```

```
beta = 1.01910010976823
```

```
linha = Range("tzero").Row + 1
```

```
For i = 1 To 5161
```

```
dow(i) = Cells(linha, 2)
```

```
linha = linha + 1
```

```
Next i
```

Randomize

med = 0

std = 3.26685513198351E-03

LC = Range("LCfinal").Value

defasagem = 14

NumSim = 50000

mediaalvo = 0

k = Range("parametrok").Value

addmedia = Range("addmedia").Value

colunainicial = Range("iniciophi").Column

coluna = colunainicial

For i = 1 To defasagem

phi(i) = Cells(1, coluna)

coluna = coluna + 1

Next

ARL = 0

For n = 1 To NumSim

cusum(0) = 0

rb(0) = aleat(med, std)

```
retorno(0) = rb(0)
```

```
For t = 1 To 10000
```

```
rb(t) = aleat(med, std)
```

```
retorno(t) = addmedia * std + beta * dow(t) + phi(1) *
```

```
retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 1)) * positivo(t - 1) + phi(13) *
```

```
retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 13)) * positivo(t - 13) + phi(14) *
```

```
retorno(Application.WorksheetFunction.Max(0, t - 14)) * positivo(t - 14) + rb(t)
```

```
cusum(t) = Application.WorksheetFunction.Max(0, retorno(t) - (mediaalvo + k * std) +
```

```
cusum(t - 1))
```

```
If (cusum(t) > LC) Then
```

```
Exit For
```

```
End If
```

```
Next t
```

```
ARL = ARL + t
```

```
Next n
```

```
ARLmed = ARL / NumSim
```

```
Range("ARLFora") = ARLmed
```

```
ActiveSheet.Cells.Calculate
```

```
End Sub
```

Apêndice B: Simulações para Maiores Desvios na Média

Tabela 9-1: Maiores Desvios: ARL fora de controle – Gráfico Shewhart

Gráfico de Controle Shewhart	
δ	ARL_1
3,00	14,88
3,50	11,60
4,00	7,32
4,50	3,68
5,00	1,82
5,50	0,89
6,00	0,43

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Tabela 9-2: Maiores Desvios: ARL fora de controle – Gráfico CUSUM

Gráfico de Controle		K					
CUSUM		0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00
δ	3,00	7,77	6,89	6,34	5,83	5,58	6,42
	3,50	6,71	5,86	5,02	4,26	3,73	4,04
	4,00	5,99	4,88	3,84	3,20	2,72	2,75
	4,50	5,32	3,86	3,10	2,63	2,26	2,16
	5,00	4,53	3,24	2,71	2,30	2,03	1,88
	5,50	3,79	2,94	2,40	2,11	1,88	1,66
	6,00	3,29	2,72	2,17	2,01	1,73	1,46

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Tabela 9-3: Maiores Desvios: ARL fora de controle – Gráfico EWMA

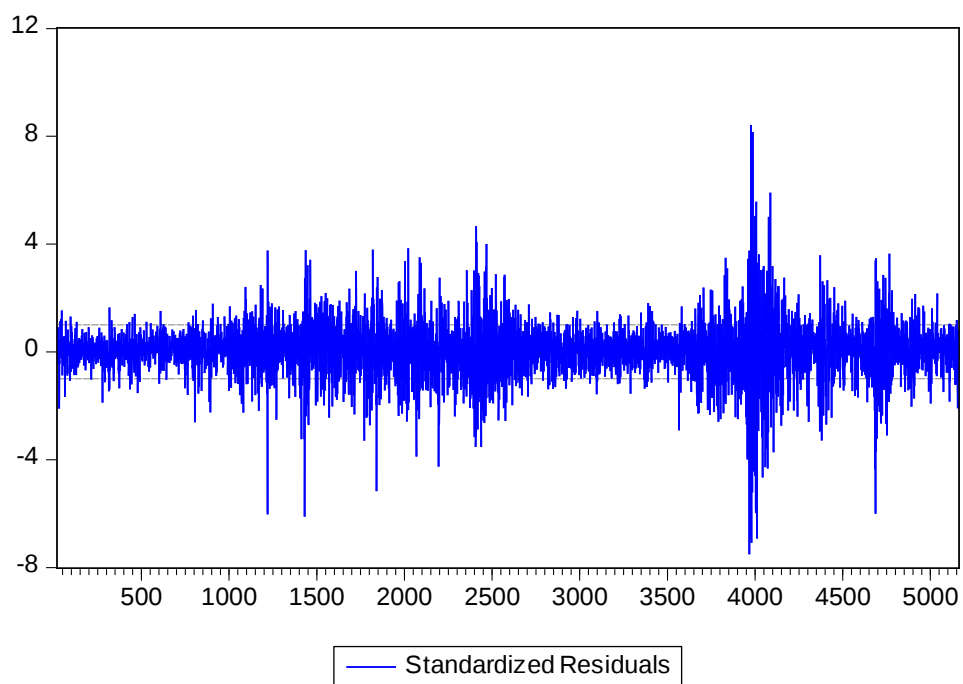
Gráfico de Controle		λ					
EWMA		0,05	0,10	0,30	0,50	0,70	0,90
δ	3,00	6,61	6,32	6,14	7,34	10,42	13,95
	3,50	5,66	5,15	4,29	4,78	6,58	10,33
	4,00	4,66	3,99	3,06	3,14	4,02	6,30
	4,50	3,69	3,17	2,42	2,31	2,56	3,79
	5,00	3,15	2,76	2,12	1,88	1,81	2,33
	5,50	2,88	2,46	1,97	1,63	1,41	1,54
	6,00	2,64	2,20	1,86	1,41	1,22	1,20

Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Apêndice C: Resíduos Padronizados

Primeiro Modelo:

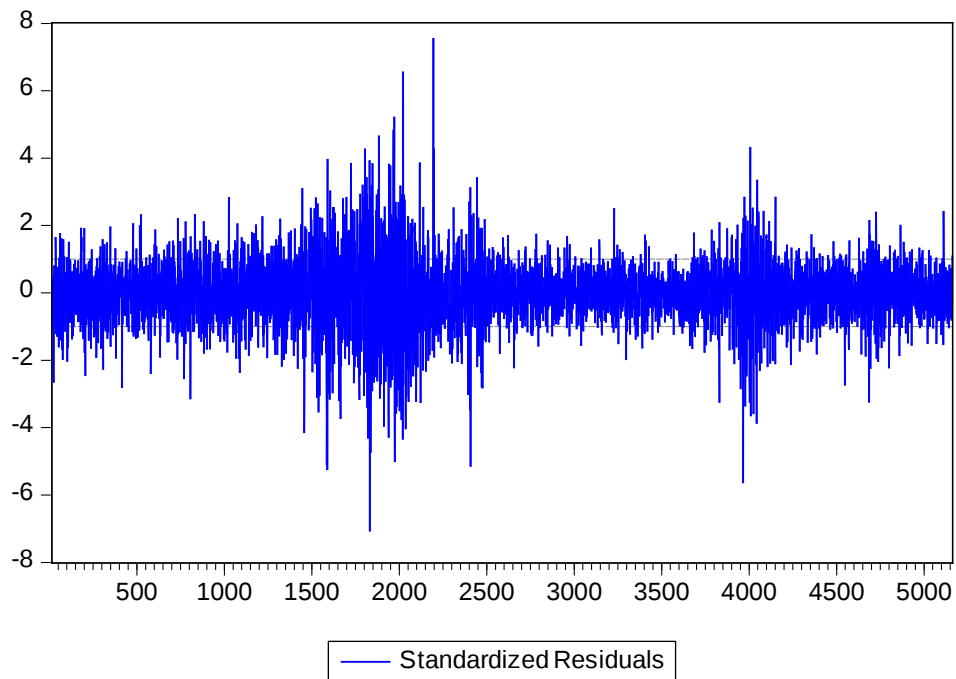
Figura 9-1: Primeiro Modelo: Resíduos Padronizados



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Segundo Modelo:

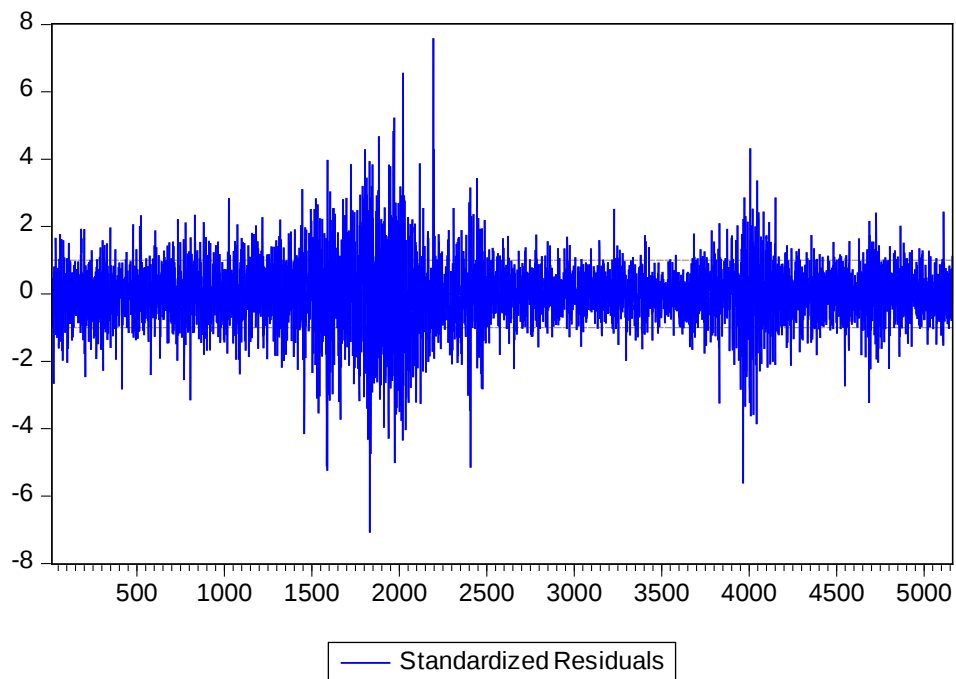
Figura 9-2: Segundo Modelo: Resíduos Padronizados



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

Terceiro Modelo:

Figura 9-3: Terceiro Modelo: Resíduos Padronizados



Fonte: Elaborado pelo autor (2013)

ANEXOS

Anexo A: Séries de Preço

#	SPX	DJ	#	SPX	DJ	#	SPX	DJ	#	SPX	DJ	#	SPX	DJ
1	435,7	3301,1	1034	786,2	6813,1	2067	1264,7	10858,3	3100	1137,5	10012,4	4133	906,8	8403,8
2	435,4	3309,2	1035	786,7	6806,2	2068	1233,4	10644,6	3101	1160,0	10218,6	4134	919,1	8500,3
3	434,3	3307,9	1036	789,3	6833,5	2069	1180,2	10208,3	3102	1152,1	10157,7	4135	942,9	8721,4
4	434,5	3305,2	1037	778,3	6746,9	2070	1197,7	10290,8	3103	1162,1	10242,5	4136	944,7	8740,9
5	430,7	3269,0	1038	780,2	6773,1	2071	1166,7	9973,5	3104	1151,7	10151,1	4137	931,8	8675,3
6	429,1	3251,7	1039	789,6	6855,8	2072	1173,6	10031,3	3105	1156,4	10198,8	4138	942,5	8750,2
7	431,0	3262,8	1040	785,4	6806,5	2073	1150,5	9823,4	3106	1143,2	10070,4	4139	940,1	8763,1
8	431,0	3264,6	1041	789,6	6858,1	2074	1170,8	9959,1	3107	1156,9	10192,5	4140	939,1	8764,5
9	433,0	3263,6	1042	802,8	6961,6	2075	1142,6	9720,8	3108	1162,2	10251,7	4141	942,4	8763,1
10	435,9	3267,9	1043	811,8	7022,4	2076	1122,1	9487,0	3109	1161,2	10257,0	4142	939,2	8739,0
11	437,2	3271,1	1044	808,5	6989,0	2077	1117,6	9389,5	3110	1175,7	10384,6	4143	944,9	8770,9
12	436,8	3274,9	1045	816,3	7067,5	2078	1139,8	9504,8	3111	1172,6	10340,4	4144	946,2	8799,3
13	435,1	3256,0	1046	812,5	7020,1	2079	1152,7	9687,5	3112	1171,4	10345,4	4145	923,7	8612,1
14	433,4	3242,0	1047	802,8	6927,4	2080	1182,2	9947,5	3113	1178,8	10384,3	4146	912,0	8504,7
15	435,5	3253,0	1048	801,8	6931,6	2081	1153,3	9785,4	3114	1166,2	10281,1	4147	910,7	8497,2
16	436,1	3256,8	1049	810,3	7008,2	2082	1148,0	9799,1	3115	1171,1	10300,3	4148	918,4	8555,6
17	440,0	3292,2	1050	812,1	7038,2	2083	1160,3	9878,8	3116	1159,4	10189,5	4149	921,2	8539,7
18	440,0	3299,0	1051	805,7	6983,2	2084	1145,9	9777,9	3117	1154,1	10140,1	4150	893,0	8339,0
19	438,1	3291,4	1052	795,1	6925,1	2085	1106,5	9485,7	3118	1165,7	10252,3	4151	895,1	8322,9
20	438,7	3306,3	1053	790,8	6877,7	2086	1103,3	9515,4	3119	1173,8	10331,9	4152	900,9	8299,9
21	438,8	3310,0	1054	795,3	6918,9	2087	1151,4	9918,1	3120	1185,6	10464,5	4153	920,3	8472,4
22	442,5	3332,2	1055	791,0	6852,7	2088	1128,4	9791,1	3121	1191,1	10493,2	4154	918,9	8438,4
23	442,6	3328,7	1056	802,0	6945,9	2089	1137,6	9845,2	3122	1189,3	10471,9	4155	927,2	8529,4
24	447,2	3373,8	1057	798,6	6944,7	2090	1168,4	10102,7	3123	1193,9	10523,6	4156	919,3	8447,0
25	449,6	3416,7	1058	805,0	7000,9	2091	1165,9	10013,5	3124	1194,1	10503,7	4157	923,3	8504,1
26	448,9	3442,1	1059	813,7	7079,4	2092	1183,5	10126,9	3125	1190,0	10457,8	4158	896,4	8280,7
27	447,9	3437,5	1060	811,3	7085,2	2093	1179,7	10158,6	3126	1197,6	10537,6	4159	898,7	8324,9
28	445,3	3414,6	1061	804,3	7039,4	2094	1191,8	10216,7	3127	1198,8	10542,6	4160	881,0	8163,6
29	446,2	3412,4	1062	789,6	6878,9	2095	1238,2	10615,8	3128	1191,5	10467,5	4161	879,6	8178,4
30	447,7	3422,7	1063	793,2	6935,5	2096	1253,7	10693,7	3129	1202,3	10549,9	4162	882,7	8183,2
31	444,6	3392,4	1064	795,7	6955,5	2097	1243,0	10579,9	3130	1204,3	10553,5	4163	879,1	8146,5
32	433,9	3309,5	1065	789,7	6896,6	2098	1224,4	10532,2	3131	1196,0	10461,0	4164	901,1	8331,7
33	433,3	3312,2	1066	785,8	6877,7	2099	1209,5	10454,3	3132	1197,5	10467,0	4165	905,8	8359,5
34	431,9	3302,2	1067	782,7	6820,3	2100	1228,8	10625,2	3133	1197,3	10483,1	4166	932,7	8616,2
35	434,2	3322,2	1068	784,1	6804,8	2101	1234,5	10692,4	3134	1194,7	10476,9	4167	940,7	8711,8
36	435,2	3343,0	1069	790,9	6905,3	2102	1253,1	10810,1	3135	1200,9	10503,0	4168	940,4	8743,9
37	434,8	3323,3	1070	789,1	6876,2	2103	1249,5	10735,0	3136	1198,1	10512,6	4169	951,1	8848,2
38	440,9	3356,5	1071	790,5	6880,7	2104	1266,4	10898,3	3137	1200,8	10522,6	4170	954,6	8915,9
39	442,3	3365,1	1072	773,9	6740,6	2105	1267,4	10876,7	3138	1203,9	10547,6	4171	954,1	8881,3
40	443,4	3370,8	1073	757,1	6583,5	2106	1248,6	10796,7	3139	1206,6	10566,4	4172	976,3	9069,3
41	442,0	3355,4	1074	759,6	6611,0	2107	1266,6	10951,2	3140	1211,0	10578,7	4173	979,3	9093,2
42	447,9	3400,5	1075	750,1	6517,0	2108	1263,5	10935,2	3141	1217,0	10623,1	4174	982,2	9108,5
43	449,3	3404,0	1076	750,3	6477,4	2109	1261,2	10883,5	3142	1216,1	10609,1	4175	979,6	9096,7
44	447,3	3398,9	1077	757,9	6526,1	2110	1255,5	10867,0	3143	1213,6	10599,7	4176	975,2	9070,7
45	446,1	3404,6	1078	762,1	6555,9	2111	1255,2	10910,4	3144	1213,9	10587,9	4177	986,8	9154,5
46	454,7	3469,4	1079	766,1	6609,2	2112	1245,7	10821,3	3145	1200,7	10421,4	4178	987,5	9171,6
47	454,4	3472,1	1080	760,6	6563,8	2113	1248,9	10877,3	3146	1191,6	10297,8	4179	1002,6	9286,6
48	456,3	3478,3	1081	758,3	6540,0	2114	1249,4	10873,0	3147	1190,7	10290,8	4180	1005,7	9320,2
49	453,7	3457,0	1082	737,7	6391,7	2115	1285,0	11215,9	3148	1201,6	10405,6	4181	1002,7	9281,0
50	449,8	3427,8	1083	743,7	6451,9	2116	1288,5	11248,6	3149	1199,9	10374,5	4182	997,1	9256,3
51	451,4	3442,4	1084	754,7	6587,2	2117	1292,0	11301,7	3150	1191,3	10275,0	4183	1010,5	9370,1
52	451,4	3443,0	1085	763,5	6679,9	2118	1312,8	11337,9	3151	1194,4	10303,4	4184	1007,1	9338,0
53	448,3	3426,7	1086	761,8	6658,6	2119	1309,4	11257,2	3152	1205,0	10371,8	4185	994,4	9241,5
54	451,9	3465,6	1087	766,3	6703,6	2120	1289,1	11105,5	3153	1194,9	10270,7	4186	1005,8	9361,6

55	450,2	3471,6	1088	760,4	6660,2	2121	1293,2	11122,4	3154	1197,9	10302,3	4187	1012,7	9398,2
56	448,9	3463,5	1089	774,6	6833,6	2122	1277,9	11005,4	3155	1211,9	10449,1	4188	1004,1	9321,4
57	448,8	3461,9	1090	773,6	6812,7	2123	1267,9	11039,1	3156	1219,4	10519,7	4189	979,7	9135,3
58	448,1	3445,4	1091	771,2	6792,3	2124	1248,1	10872,6	3157	1222,2	10513,9	4190	989,7	9217,9
59	450,9	3461,3	1092	765,4	6738,9	2125	1255,8	10911,9	3158	1223,3	10557,4	4191	996,5	9279,2
60	447,8	3440,0	1093	773,0	6783,0	2126	1260,7	10990,4	3159	1226,5	10628,9	4192	1007,4	9350,1
61	450,8	3455,1	1094	794,1	6962,0	2127	1267,1	11061,5	3160	1227,9	10640,8	4193	1026,1	9506,0
62	452,0	3457,3	1095	801,3	7009,0	2128	1283,6	11175,8	3161	1221,1	10575,0	4194	1025,6	9509,3
63	451,7	3435,1	1096	798,5	6976,5	2129	1270,0	11070,2	3162	1229,4	10646,6	4195	1028,0	9539,3
64	450,3	3439,4	1097	813,0	7071,2	2130	1277,0	11090,7	3163	1235,2	10689,2	4196	1028,1	9543,5
65	441,4	3370,8	1098	830,2	7214,5	2131	1265,0	10977,0	3164	1227,0	10627,8	4197	1031,0	9580,6
66	442,3	3379,2	1099	827,8	7225,3	2132	1254,4	10922,1	3165	1233,7	10651,2	4198	1028,9	9544,2
67	441,2	3377,6	1100	815,6	7085,7	2133	1255,9	10948,4	3166	1229,0	10596,5	4199	1020,6	9496,3
68	442,7	3397,0	1101	820,3	7136,6	2134	1241,6	10871,6	3167	1231,2	10579,8	4200	998,0	9310,6
69	441,8	3396,5	1102	824,8	7169,5	2135	1219,9	10690,1	3168	1236,8	10637,1	4201	994,8	9280,7
70	448,4	3428,1	1103	837,7	7292,7	2136	1214,4	10623,6	3169	1243,7	10705,6	4202	1003,2	9344,6
71	449,2	3444,0	1104	833,1	7274,2	2137	1208,4	10645,4	3170	1234,2	10640,9	4203	1016,4	9441,3
72	448,7	3455,6	1105	836,0	7286,2	2138	1212,6	10596,7	3171	1235,4	10623,2	4204	1025,4	9497,3
73	448,4	3455,9	1106	841,9	7333,5	2139	1223,1	10647,3	3172	1244,1	10683,7	4205	1033,4	9547,2
74	448,9	3478,6	1107	829,8	7194,7	2140	1237,0	10715,4	3173	1245,0	10697,6	4206	1044,1	9627,5
75	447,5	3467,0	1108	833,3	7228,9	2141	1225,4	10604,6	3174	1235,9	10610,1	4207	1042,7	9605,4
76	445,1	3443,5	1109	841,7	7303,5	2142	1218,6	10504,2	3175	1226,4	10558,0	4208	1049,3	9626,8
77	443,6	3439,4	1110	839,4	7290,7	2143	1216,8	10472,5	3176	1223,1	10536,9	4209	1052,6	9683,4
78	439,5	3429,2	1111	835,7	7258,1	2144	1211,1	10434,8	3177	1231,4	10615,7	4210	1068,8	9791,7
79	437,0	3413,8	1112	847,0	7345,9	2145	1226,2	10566,2	3178	1229,1	10594,4	4211	1065,5	9783,9
80	433,5	3398,4	1113	849,7	7383,4	2146	1224,4	10502,4	3179	1237,8	10685,9	4212	1068,3	9820,2
81	438,0	3415,9	1114	847,2	7357,2	2147	1236,7	10593,7	3180	1230,4	10600,3	4213	1064,7	9778,9
82	438,0	3413,5	1115	844,1	7330,2	2148	1234,5	10571,1	3181	1233,9	10634,4	4214	1071,7	9829,9
83	438,9	3425,1	1116	848,3	7331,0	2149	1219,2	10479,9	3182	1219,3	10513,5	4215	1060,9	9748,6
84	440,2	3427,6	1117	846,4	7289,4	2150	1190,6	10252,7	3183	1220,2	10550,7	4216	1050,8	9707,4
85	442,5	3446,5	1118	845,5	7312,2	2151	1198,8	10299,4	3184	1219,0	10554,9	4217	1044,4	9665,2
86	444,1	3446,2	1119	840,1	7269,7	2152	1181,5	10175,6	3185	1219,7	10559,2	4218	1063,0	9789,4
87	444,5	3449,1	1120	843,4	7305,3	2153	1180,2	10241,0	3186	1221,7	10569,9	4219	1060,6	9742,2
88	443,3	3441,9	1121	858,0	7435,8	2154	1208,1	10479,0	3187	1217,6	10519,6	4220	1057,1	9712,3
89	442,3	3437,2	1122	862,9	7478,5	2155	1215,7	10539,1	3188	1209,6	10434,9	4221	1029,9	9509,3
90	442,8	3443,3	1123	865,3	7539,3	2156	1202,5	10472,1	3189	1212,4	10450,6	4222	1025,2	9487,7
91	444,4	3468,8	1124	869,6	7575,8	2157	1214,4	10606,4	3190	1205,1	10397,3	4223	1040,5	9599,8
92	444,8	3482,3	1125	883,5	7711,5	2158	1207,7	10569,8	3191	1212,3	10463,1	4224	1054,7	9731,3
93	439,2	3448,0	1126	893,3	7782,0	2159	1215,0	10610,0	3192	1208,4	10412,8	4225	1057,6	9725,6
94	439,6	3443,0	1127	893,9	7772,1	2160	1210,9	10576,7	3193	1220,3	10481,6	4226	1065,5	9786,9
95	440,4	3449,9	1128	894,4	7760,8	2161	1191,0	10424,4	3194	1221,6	10459,6	4227	1071,5	9864,9
96	440,3	3444,4	1129	889,1	7718,7	2162	1171,7	10241,1	3195	1218,0	10447,4	4228	1076,2	9885,8
97	447,6	3500,0	1130	898,0	7777,1	2163	1190,5	10405,7	3196	1233,4	10589,2	4229	1073,2	9871,1
98	450,6	3523,3	1131	898,7	7796,5	2164	1202,9	10455,6	3197	1236,4	10633,5	4230	1092,0	10015,9
99	445,8	3492,8	1132	878,6	7604,3	2165	1205,8	10416,7	3198	1231,7	10595,9	4231	1096,6	10062,9
100	448,0	3507,8	1133	896,3	7758,1	2166	1204,5	10401,7	3199	1241,5	10678,6	4232	1087,7	9995,9
101	448,9	3516,6	1134	889,0	7690,0	2167	1211,2	10522,8	3200	1240,6	10682,9	4233	1097,9	10092,2
102	453,4	3540,2	1135	883,7	7654,2	2168	1215,9	10510,0	3201	1231,2	10597,4	4234	1091,1	10041,5
103	452,4	3554,8	1136	887,3	7687,7	2169	1220,8	10551,2	3202	1227,2	10544,9	4235	1081,4	9949,4
104	450,2	3527,4	1137	885,1	7672,8	2170	1214,4	10512,8	3203	1227,7	10558,8	4236	1092,9	10081,3
105	453,8	3552,3	1138	891,0	7722,3	2171	1200,5	10401,3	3204	1237,9	10641,9	4237	1079,6	9972,2
106	453,9	3553,5	1139	904,0	7795,4	2172	1204,4	10458,7	3205	1231,0	10557,6	4238	1067,0	9868,0
107	452,5	3544,9	1140	916,9	7895,8	2173	1183,5	10293,5	3206	1221,3	10481,5	4239	1063,4	9882,2
108	450,1	3545,1	1141	912,2	7858,5	2174	1183,4	10298,6	3207	1210,2	10378,0	4240	1042,6	9762,7
109	447,7	3532,1	1142	918,8	7962,3	2175	1190,2	10416,3	3208	1214,6	10422,1	4241	1066,1	9962,6
110	444,7	3510,5	1143	907,5	7842,4	2176	1191,3	10415,9	3209	1215,3	10419,6	4242	1036,2	9712,7
111	445,8	3511,9	1144	913,8	7886,8	2177	1186,7	10412,2	3210	1215,6	10443,6	4243	1042,9	9789,4
112	445,4	3491,7	1145	916,7	7921,8	2178	1178,0	10346,0	3211	1215,7	10456,2	4244	1045,4	9771,9
113	447,3	3505,0	1146	918,4	7923,0	2179	1181,7	10392,5	3212	1216,9	10473,1	4245	1046,5	9802,1
114	447,7	3514,7	1147	925,8	7975,7	2180	1162,0	10240,8	3213	1227,7	10552,8	4246	1066,6	10006,0
115	446,3	3492,0	1148	936,6	8038,9	2181	1171,4	10320,1	3214	1228,8	10568,7	4247	1069,3	10023,4
116	447,4	3511,7	1149	931,6	8020,8	2182	1157,3	10174,1	3215	1226,7	10535,5	4248	1093,1	10226,9

117	448,5	3521,9	1150	915,3	7890,5	2183	1165,3	10276,9	3216	1214,5	10441,1	4249	1093,0	10247,0
118	443,7	3494,8	1151	912,9	7906,7	2184	1162,1	10229,2	3217	1196,4	10317,4	4250	1098,5	10291,3
119	446,2	3510,8	1152	934,0	8061,6	2185	1184,9	10423,2	3218	1191,5	10287,1	4251	1087,2	10197,5
120	445,9	3497,5	1153	936,6	8088,4	2186	1179,2	10382,4	3219	1195,9	10292,3	4252	1093,5	10270,5
121	443,2	3466,8	1154	940,3	8116,9	2187	1161,5	10222,0	3220	1187,3	10238,8	4253	1109,3	10407,0
122	446,6	3490,6	1155	938,8	8113,4	2188	1148,6	10090,9	3221	1184,9	10253,2	4254	1110,3	10437,4
123	447,6	3490,9	1156	936,5	8121,1	2189	1129,0	9919,6	3222	1177,7	10216,9	4255	1109,8	10426,3
124	451,9	3530,2	1157	942,3	8174,5	2190	1133,6	9949,8	3223	1176,8	10216,6	4256	1094,9	10332,4
125	450,7	3518,9	1158	952,3	8254,9	2191	1132,9	9997,5	3224	1186,6	10287,3	4257	1091,4	10318,2
126	450,5	3516,1	1159	954,3	8222,6	2192	1131,7	10033,3	3225	1190,1	10348,1	4258	1106,2	10451,0
127	449,0	3510,5	1160	947,1	8194,0	2193	1106,4	9840,8	3226	1178,1	10285,3	4259	1105,7	10433,7
128	445,8	3484,0	1161	950,3	8198,5	2194	1085,8	9605,9	3227	1195,8	10414,1	4260	1110,6	10464,4
129	441,4	3449,9	1162	952,4	8187,5	2195	1092,5	9605,5	3228	1177,8	10281,1	4261	1091,5	10309,9
130	442,8	3475,7	1163	960,3	8259,3	2196	1038,8	8920,7	3229	1179,6	10215,2	4262	1095,6	10344,8
131	448,6	3514,4	1164	951,2	8188,0	2197	1032,7	8903,4	3230	1199,4	10385,0	4263	1108,9	10471,6
132	448,1	3521,1	1165	933,5	8031,2	2198	1016,1	8759,1	3231	1196,5	10377,9	4264	1109,2	10452,7
133	449,0	3524,4	1166	937,0	8062,1	2199	984,5	8376,2	3232	1191,4	10345,0	4265	1099,9	10366,2
134	448,1	3515,4	1167	926,5	7960,8	2200	965,8	8235,8	3233	1178,9	10230,0	4266	1106,0	10388,9
135	450,1	3542,6	1168	922,0	7928,3	2201	1003,5	8603,9	3234	1198,4	10402,8	4267	1103,3	10390,1
136	449,2	3550,9	1169	924,8	7942,0	2202	1012,3	8660,0	3235	1207,0	10440,1	4268	1091,9	10286,0
137	445,8	3528,3	1170	900,8	7694,7	2203	1007,0	8567,4	3236	1202,8	10406,8	4269	1096,0	10337,1
138	446,0	3535,3	1171	912,5	7803,4	2204	1018,6	8681,4	3237	1214,8	10472,7	4270	1102,4	10405,8
139	447,3	3544,8	1172	926,0	7918,1	2205	1040,9	8847,6	3238	1219,9	10522,6	4271	1106,4	10471,5
140	447,2	3555,4	1173	939,4	8021,2	2206	1038,6	8836,8	3239	1220,1	10530,8	4272	1114,1	10501,1
141	444,5	3525,2	1174	925,1	7893,9	2207	1051,3	8950,6	3240	1222,8	10586,2	4273	1107,9	10452,0
142	447,1	3546,7	1175	923,6	7887,9	2208	1072,3	9123,8	3241	1218,6	10539,7	4274	1109,2	10441,1
143	449,1	3567,7	1176	920,2	7859,6	2209	1069,6	9060,9	3242	1220,7	10546,2	4275	1096,1	10308,3
144	448,2	3565,5	1177	913,0	7782,2	2210	1071,4	9119,8	3243	1231,0	10640,1	4276	1102,5	10328,9
145	447,2	3553,5	1178	913,7	7787,3	2211	1062,4	9067,9	3244	1234,7	10686,0	4277	1114,1	10414,1
146	450,2	3567,4	1179	903,7	7694,4	2212	1056,8	9052,4	3245	1233,8	10697,2	4278	1118,0	10464,9
147	448,1	3539,5	1180	899,5	7622,4	2213	1081,0	9240,9	3246	1229,0	10686,4	4279	1120,6	10466,4
148	450,2	3561,0	1181	927,6	7879,8	2214	1097,4	9410,5	3247	1231,2	10674,8	4280	1126,5	10520,1
149	449,3	3561,3	1182	927,9	7894,6	2215	1091,7	9344,2	3248	1242,8	10720,2	4281	1127,8	10547,1
150	448,5	3552,1	1183	930,9	7867,2	2216	1090,0	9347,6	3249	1248,3	10766,3	4282	1126,2	10545,4
151	448,1	3549,0	1184	929,1	7822,4	2217	1097,5	9384,2	3250	1254,9	10820,3	4283	1126,4	10548,5
152	448,7	3560,4	1185	931,2	7835,2	2218	1077,1	9233,0	3251	1261,2	10871,4	4284	1115,1	10428,1
153	450,7	3576,1	1186	933,6	7851,9	2219	1068,6	9163,2	3252	1265,6	10916,1	4285	1133,0	10584,0
154	449,5	3572,7	1187	919,0	7719,3	2220	1073,5	9204,1	3253	1268,3	10931,6	4286	1136,5	10572,0
155	450,5	3583,4	1188	912,6	7661,0	2221	1089,9	9377,0	3254	1257,5	10890,7	4287	1137,1	10573,7
156	449,0	3569,1	1189	923,9	7743,0	2222	1084,8	9340,1	3255	1257,5	10888,2	4288	1141,7	10606,9
157	450,1	3569,7	1190	919,8	7721,1	2223	1085,2	9345,6	3256	1249,5	10805,9	4289	1145,0	10618,2
158	452,4	3579,2	1191	945,6	7895,9	2224	1100,1	9462,9	3257	1264,7	10912,6	4290	1147,0	10664,0
159	453,1	3587,0	1192	943,0	7886,4	2225	1104,6	9545,2	3258	1265,1	10877,5	4291	1136,2	10627,3
160	456,0	3604,9	1193	947,3	7922,7	2226	1078,3	9269,5	3259	1262,1	10835,0	4292	1145,7	10680,8
161	456,4	3612,1	1194	950,5	7917,3	2227	1059,8	9122,0	3260	1263,7	10856,9	4293	1148,5	10710,6
162	456,2	3615,5	1195	955,4	7996,8	2228	1059,8	9075,1	3261	1257,4	10810,9	4294	1136,0	10609,7
163	455,2	3606,0	1196	951,9	7970,1	2229	1084,1	9263,9	3262	1255,8	10755,1	4295	1150,2	10725,4
164	459,8	3639,0	1197	944,5	7906,7	2230	1087,2	9323,5	3263	1259,4	10778,6	4296	1138,0	10603,2
165	460,1	3652,1	1198	937,9	7848,0	2231	1102,8	9441,0	3264	1260,4	10767,8	4297	1116,5	10389,9
166	461,0	3648,2	1199	945,2	7922,2	2232	1118,9	9591,1	3265	1267,4	10823,7	4298	1091,8	10173,0
167	460,5	3640,6	1200	953,3	7991,4	2233	1115,8	9554,4	3266	1272,7	10883,5	4299	1096,8	10196,9
168	461,9	3644,0	1201	947,3	7945,3	2234	1118,5	9587,5	3267	1270,9	10881,7	4300	1092,2	10194,3
169	463,6	3651,3	1202	955,4	8015,5	2235	1120,3	9608,0	3268	1267,3	10875,6	4301	1097,5	10236,2
170	463,2	3645,1	1203	960,5	8027,5	2236	1118,3	9554,4	3269	1259,9	10836,5	4302	1084,5	10120,5
171	461,3	3626,1	1204	965,0	8038,6	2237	1139,1	9751,0	3270	1259,6	10805,6	4303	1073,9	10067,3
172	461,3	3633,9	1205	972,7	8100,2	2238	1141,2	9823,6	3271	1262,8	10833,7	4304	1089,2	10185,5
173	458,5	3607,1	1206	983,1	8178,3	2239	1142,2	9872,4	3272	1268,1	10889,4	4305	1103,3	10296,9
174	456,7	3588,9	1207	973,8	8095,1	2240	1138,7	9867,0	3273	1268,7	10883,3	4306	1097,3	10270,6
175	457,5	3589,5	1208	970,6	8061,4	2241	1151,1	9976,5	3274	1256,5	10777,8	4307	1063,1	10002,2
176	461,7	3621,6	1209	967,0	8045,2	2242	1142,7	9901,4	3275	1258,2	10796,3	4308	1066,2	10012,2
177	462,1	3634,2	1210	968,1	8072,2	2243	1137,0	9834,7	3276	1254,4	10784,8	4309	1056,7	9908,4
178	459,9	3615,8	1211	970,3	8096,3	2244	1150,3	9959,7	3277	1248,3	10717,5	4310	1070,5	10058,6

179	461,6	3633,7	1212	965,7	8058,0	2245	1157,4	9982,8	3278	1268,8	10847,4	4311	1068,1	10038,4
180	459,4	3630,9	1213	955,2	7938,9	2246	1149,5	9872,6	3279	1273,5	10880,2	4312	1078,5	10144,2
181	458,8	3613,3	1214	944,2	7847,0	2247	1128,5	9711,9	3280	1273,5	10882,2	4313	1075,5	10099,1
182	455,1	3575,8	1215	955,6	7921,4	2248	1140,2	9829,4	3281	1285,5	10959,3	4314	1094,9	10268,8
183	453,0	3537,2	1216	972,3	8060,4	2249	1139,5	9851,6	3282	1290,2	11011,9	4315	1099,5	10309,2
184	456,2	3547,0	1217	968,5	8034,6	2250	1129,9	9764,0	3283	1289,7	11011,6	4316	1106,8	10392,9
185	457,7	3539,8	1218	950,7	7847,8	2251	1144,8	9893,8	3284	1294,2	11043,4	4317	1109,2	10402,4
186	457,6	3543,1	1219	941,6	7715,4	2252	1170,4	10114,3	3285	1286,1	10962,4	4318	1108,0	10383,4
187	461,8	3567,7	1220	877,0	7161,1	2253	1167,1	10099,1	3286	1287,6	10959,9	4319	1094,6	10282,4
188	461,5	3566,0	1221	921,9	7498,3	2254	1158,3	10049,5	3287	1282,9	10896,3	4320	1105,2	10374,2
189	460,1	3566,3	1222	919,2	7506,7	2255	1139,9	9921,5	3288	1277,9	10854,9	4321	1102,9	10321,0
190	458,9	3555,1	1223	903,7	7381,7	2256	1136,8	9888,4	3289	1285,0	10880,7	4322	1104,5	10325,3
191	461,3	3581,1	1224	914,6	7442,1	2257	1137,1	9894,8	3290	1261,5	10667,4	4323	1115,7	10403,8
192	461,3	3577,8	1225	939,0	7674,4	2258	1119,4	9766,5	3291	1263,8	10688,8	4324	1118,3	10406,0
193	461,2	3587,3	1226	940,8	7689,1	2259	1123,1	9811,2	3292	1266,9	10712,2	4325	1118,8	10396,8
194	460,7	3599,0	1227	942,8	7692,6	2260	1134,4	9892,0	3293	1264,7	10709,7	4326	1123,0	10444,1
195	459,2	3583,6	1228	938,0	7683,2	2261	1142,9	9998,4	3294	1273,8	10809,5	4327	1138,7	10566,2
196	460,3	3584,7	1229	927,5	7581,3	2262	1149,6	10070,5	3295	1283,7	10907,2	4328	1138,5	10552,5
197	460,9	3593,4	1230	921,1	7552,6	2263	1139,9	9985,2	3296	1285,2	10899,9	4329	1140,5	10564,4
198	461,1	3593,1	1231	923,8	7558,7	2264	1144,9	10035,3	3297	1280,1	10864,9	4330	1145,6	10567,3
199	461,5	3603,2	1232	906,0	7401,3	2265	1144,7	10035,3	3298	1282,5	10954,0	4331	1150,2	10611,8
200	466,8	3621,6	1233	916,7	7487,8	2266	1149,4	10088,1	3299	1270,8	10852,0	4332	1150,0	10624,7
201	469,5	3629,7	1234	928,4	7572,5	2267	1157,1	10131,3	3300	1264,0	10793,6	4333	1150,5	10642,2
202	468,5	3642,3	1235	946,2	7698,2	2268	1161,0	10137,0	3301	1265,0	10798,3	4334	1159,5	10686,0
203	466,2	3635,3	1236	938,2	7650,8	2269	1148,1	10021,5	3302	1254,8	10749,8	4335	1166,2	10733,7
204	466,1	3645,1	1237	944,6	7724,7	2270	1154,7	10073,4	3303	1265,7	10858,6	4336	1165,8	10779,2
205	465,4	3636,2	1238	959,0	7826,6	2271	1165,3	10172,1	3304	1263,8	10883,4	4337	1159,9	10742,0
206	463,3	3649,3	1239	963,1	7881,1	2272	1172,5	10259,7	3305	1267,0	10919,1	4338	1165,8	10785,9
207	464,2	3673,6	1240	946,7	7767,9	2273	1164,9	10197,1	3306	1262,9	10892,3	4339	1174,2	10888,8
208	464,3	3672,5	1241	950,8	7809,0	2274	1160,7	10150,6	3307	1275,5	11028,4	4340	1167,7	10836,2
209	464,6	3664,7	1242	951,6	7794,8	2275	1155,1	10094,1	3308	1280,0	11059,0	4341	1165,7	10841,2
210	467,7	3687,9	1243	955,4	7823,1	2276	1156,6	10067,9	3309	1289,4	11120,7	4342	1166,6	10850,4
211	467,8	3680,6	1244	974,8	8013,1	2277	1145,6	9987,5	3310	1287,2	11115,3	4343	1173,2	10895,9
212	469,1	3692,6	1245	971,7	8018,8	2278	1138,4	9891,4	3311	1283,0	11069,1	4344	1173,3	10907,4
213	468,4	3697,6	1246	976,8	8032,0	2279	1146,2	9924,2	3312	1292,7	11137,2	4345	1169,4	10856,6
214	463,0	3661,9	1247	973,1	8050,2	2280	1127,6	9712,3	3313	1287,8	11069,2	4346	1178,1	10927,1
215	457,5	3625,0	1248	983,8	8149,1	2281	1138,9	9850,0	3314	1289,4	11061,9	4347	1187,4	10973,6
216	459,6	3643,4	1249	982,4	8110,8	2282	1127,6	9771,9	3315	1294,1	11097,6	4348	1189,4	10970,0
217	460,2	3647,9	1250	975,8	8049,7	2283	1119,3	9713,8	3316	1280,7	10993,4	4349	1182,5	10897,5
218	460,3	3640,1	1251	969,8	7978,8	2284	1128,2	9731,0	3317	1291,2	11053,5	4350	1186,4	10927,1
219	463,7	3663,6	1252	954,9	7849,0	2285	1132,2	9796,1	3318	1289,1	11025,5	4351	1194,4	10997,4
220	462,6	3662,4	1253	953,4	7838,3	2286	1133,3	9840,1	3319	1287,2	11021,6	4352	1196,5	11006,0
221	465,4	3684,5	1254	963,4	7922,6	2287	1133,1	9865,8	3320	1278,3	10958,6	4353	1197,3	11019,4
222	463,8	3677,5	1255	968,0	7976,3	2288	1100,6	9618,2	3321	1275,9	10980,7	4354	1210,7	11123,1
223	466,7	3710,8	1256	965,5	7957,4	2289	1113,6	9762,9	3322	1278,5	11005,7	4355	1211,7	11144,6
224	464,8	3704,4	1257	955,3	7846,5	2290	1130,2	9920,0	3323	1272,2	10972,3	4356	1192,1	11018,7
225	463,6	3685,3	1258	946,8	7756,3	2291	1122,2	9907,3	3324	1281,6	11076,3	4357	1197,5	11092,1
226	462,6	3694,0	1259	953,7	7819,3	2292	1094,4	9687,1	3325	1284,1	11076,0	4358	1207,2	11117,1
227	459,1	3670,3	1260	939,1	7691,8	2293	1090,0	9685,4	3326	1297,5	11151,3	4359	1205,9	11124,9
228	461,0	3674,2	1261	932,7	7660,1	2294	1083,5	9653,4	3327	1303,0	11209,8	4360	1208,7	11134,3
229	462,4	3687,6	1262	936,5	7679,3	2295	1080,2	9625,4	3328	1305,3	11253,2	4361	1217,3	11204,3
230	463,1	3684,0	1263	953,4	7792,4	2296	1096,2	9744,2	3329	1307,3	11279,7	4362	1212,1	11205,0
231	461,9	3677,8	1264	970,8	7916,0	2297	1111,9	9884,8	3330	1305,1	11274,5	4363	1183,7	10992,0
232	461,8	3684,0	1265	970,4	7908,2	2298	1107,5	9863,7	3331	1297,2	11235,5	4364	1191,4	11045,3
233	461,9	3697,1	1266	975,0	7965,0	2299	1118,5	9989,7	3332	1305,0	11317,4	4365	1206,8	11167,3
234	463,1	3702,1	1267	977,1	7979,0	2300	1116,5	10002,0	3333	1301,7	11270,3	4366	1186,7	11008,6
235	464,9	3704,1	1268	966,6	7906,3	2301	1104,2	9903,0	3334	1303,0	11280,0	4367	1202,3	11151,8
236	466,4	3710,2	1269	964,0	7902,3	2302	1083,3	9745,1	3335	1301,6	11250,1	4368	1173,6	10926,8
237	466,8	3718,9	1270	956,1	7802,6	2303	1098,0	9941,2	3336	1293,2	11154,5	4369	1165,9	10868,1
238	466,3	3734,5	1271	927,7	7580,4	2304	1081,0	9834,7	3337	1302,9	11215,7	4370	1128,2	10520,3
239	464,2	3729,8	1272	939,2	7647,2	2305	1089,8	9968,2	3338	1300,3	11150,7	4371	1110,9	10380,4
240	463,9	3740,7	1273	952,1	7732,1	2306	1109,4	10145,7	3339	1294,8	11109,3	4372	1159,7	10785,1

241	465,7	3764,4	1274	957,9	7784,7	2307	1109,4	10115,3	3340	1297,8	11144,9	4373	1155,8	10748,3
242	463,1	3742,6	1275	950,7	7691,8	2308	1109,9	10127,6	3341	1305,9	11203,9	4374	1171,7	10896,9
243	461,8	3716,9	1276	961,5	7753,5	2309	1106,7	10106,1	3342	1311,6	11239,6	4375	1157,4	10783,0
244	463,3	3726,1	1277	978,6	7873,1	2310	1131,8	10368,9	3343	1309,0	11216,5	4376	1135,7	10620,2
245	466,4	3751,6	1278	970,8	7794,4	2311	1153,8	10586,8	3344	1295,5	11120,0	4377	1136,9	10625,8
246	465,9	3755,2	1279	963,0	7730,9	2312	1146,1	10433,4	3345	1296,6	11141,3	4378	1120,8	10511,0
247	465,3	3745,2	1280	957,6	7700,7	2313	1162,8	10574,3	3346	1286,6	11089,6	4379	1115,1	10444,4
248	467,3	3762,2	1281	957,0	7712,9	2314	1157,5	10525,4	3347	1288,1	11130,0	4380	1071,6	10068,0
249	467,4	3757,7	1282	969,0	7815,1	2315	1164,3	10572,5	3348	1289,1	11137,7	4381	1087,7	10193,4
250	470,5	3792,9	1283	977,5	7915,5	2316	1168,3	10611,2	3349	1285,3	11073,8	4382	1073,7	10066,6
251	470,9	3793,8	1284	985,5	7973,0	2317	1165,6	10632,4	3350	1307,7	11268,8	4383	1074,0	10043,8
252	470,6	3794,3	1285	980,3	7906,5	2318	1154,1	10501,9	3351	1309,9	11278,8	4384	1068,0	9974,5
253	468,6	3775,9	1286	1001,3	8107,8	2319	1153,0	10517,1	3352	1311,5	11342,9	4385	1103,1	10259,0
254	466,5	3754,1	1287	1006,0	8160,3	2320	1166,2	10607,2	3353	1311,3	11347,5	4386	1089,4	10136,6
255	465,4	3756,6	1288	1006,9	8129,7	2321	1165,6	10577,8	3354	1308,1	11336,3	4387	1070,7	10024,0
256	466,9	3783,9	1289	1003,5	8117,2	2322	1170,3	10635,3	3355	1301,7	11283,3	4388	1098,4	10249,5
257	467,6	3798,8	1290	1012,5	8189,5	2323	1151,9	10501,6	3356	1305,4	11354,5	4389	1102,8	10255,3
258	467,1	3803,9	1291	1010,7	8180,5	2324	1153,6	10479,8	3357	1309,7	11382,5	4390	1064,9	9932,0
259	469,9	3820,8	1292	1019,0	8295,6	2325	1148,7	10427,7	3358	1310,6	11367,1	4391	1050,5	9816,5
260	475,3	3865,5	1293	1020,0	8314,5	2326	1131,9	10281,7	3359	1305,2	11343,3	4392	1062,0	9940,0
261	474,1	3850,3	1294	1024,1	8369,6	2327	1138,5	10353,4	3360	1313,2	11416,5	4393	1055,7	9899,3
262	474,2	3848,6	1295	1020,1	8370,1	2328	1144,6	10426,9	3361	1307,9	11400,3	4394	1086,8	10172,5
263	472,5	3842,4	1296	1022,8	8398,5	2329	1147,4	10403,9	3362	1312,3	11438,9	4395	1091,6	10211,1
264	474,9	3867,2	1297	1032,1	8451,1	2330	1146,5	10362,7	3363	1325,8	11577,7	4396	1089,6	10190,9
265	473,3	3870,3	1298	1028,3	8375,6	2331	1136,8	10313,7	3364	1324,7	11584,5	4397	1115,2	10404,8
266	474,3	3870,3	1299	1034,2	8413,9	2332	1125,4	10198,3	3365	1325,1	11639,8	4398	1114,6	10409,5
267	474,3	3884,4	1300	1038,1	8410,2	2333	1126,3	10235,2	3366	1322,9	11642,7	4399	1116,0	10434,2
268	475,0	3892,0	1301	1030,6	8370,1	2334	1122,7	10271,6	3367	1305,9	11500,7	4400	1117,5	10450,6
269	474,7	3914,5	1302	1042,9	8457,8	2335	1125,3	10249,1	3368	1291,2	11381,0	4401	1113,2	10442,4
270	472,0	3912,8	1303	1048,7	8490,7	2336	1117,8	10208,7	3369	1294,5	11428,8	4402	1095,3	10293,5
271	470,9	3895,3	1304	1049,3	8545,7	2337	1130,5	10381,7	3370	1292,1	11419,9	4403	1092,0	10298,4
272	473,2	3908,0	1305	1047,7	8550,4	2338	1103,7	10176,1	3371	1270,3	11205,6	4404	1073,7	10152,8
273	477,1	3926,3	1306	1052,0	8584,8	2339	1111,0	10190,8	3372	1261,8	11128,3	4405	1076,8	10143,8
274	478,7	3945,4	1307	1047,3	8539,2	2340	1102,6	10093,7	3373	1267,0	11144,1	4406	1074,6	10138,5
275	481,6	3978,4	1308	1035,1	8444,3	2341	1128,4	10301,3	3374	1262,1	11125,3	4407	1041,2	9870,3
276	479,6	3964,0	1309	1055,7	8569,4	2342	1126,1	10220,8	3375	1256,6	11098,4	4408	1030,7	9774,0
277	482,0	3975,5	1310	1052,3	8567,1	2343	1124,5	10205,3	3376	1258,6	11117,3	4409	1027,4	9732,5
278	480,7	3967,7	1311	1064,3	8643,1	2344	1125,2	10257,1	3377	1272,9	11211,1	4410	1022,6	9686,5
279	469,8	3871,4	1312	1068,5	8675,8	2345	1107,8	10136,4	3378	1280,2	11278,6	4411	1028,1	9743,6
280	471,8	3906,3	1313	1069,9	8659,6	2346	1101,0	10089,2	3379	1259,8	11094,4	4412	1060,3	10018,3
281	471,1	3906,0	1314	1068,6	8602,5	2347	1093,1	10030,4	3380	1270,1	11168,3	4413	1070,3	10139,0
282	472,8	3931,9	1315	1079,3	8718,8	2348	1091,5	10035,1	3381	1285,7	11260,3	4414	1078,0	10198,0
283	468,9	3895,3	1316	1080,5	8750,0	2349	1076,3	9910,7	3382	1288,2	11247,9	4415	1078,8	10216,3
284	470,2	3894,8	1317	1085,5	8775,4	2350	1065,5	9819,9	3383	1265,3	11048,7	4416	1095,3	10363,0
285	470,2	3904,1	1318	1089,7	8803,0	2351	1076,9	9946,2	3384	1263,9	11002,1	4417	1095,2	10366,7
286	472,5	3928,3	1319	1099,2	8906,4	2352	1086,5	10059,6	3385	1256,2	10930,9	4418	1096,5	10359,3
287	472,8	3937,3	1320	1095,6	8816,3	2353	1084,6	10091,9	3386	1257,9	10938,8	4419	1064,9	10097,9
288	470,3	3922,6	1321	1105,7	8904,4	2354	1073,4	10006,6	3387	1252,3	10891,9	4420	1071,3	10154,4
289	467,7	3887,5	1322	1101,9	8872,8	2355	1052,7	9808,0	3388	1236,4	10792,6	4421	1083,5	10230,0
290	471,5	3911,7	1323	1100,8	8846,9	2356	1049,5	9836,6	3389	1223,7	10706,1	4422	1069,6	10120,5
291	470,7	3891,7	1324	1095,4	8796,1	2357	1088,9	10141,8	3390	1230,0	10816,9	4423	1093,7	10322,3
292	464,3	3839,9	1325	1093,6	8782,1	2358	1073,0	10037,4	3391	1256,2	11015,2	4424	1102,7	10424,6
293	466,1	3838,8	1326	1101,8	8799,8	2359	1055,0	9939,9	3392	1251,5	11014,6	4425	1115,0	10525,4
294	467,1	3832,0	1327	1108,2	8868,3	2360	1074,6	10109,7	3393	1240,1	10942,1	4426	1113,8	10537,7
295	464,4	3809,2	1328	1120,0	8986,6	2361	1097,3	10298,1	3394	1240,1	10974,8	4427	1106,1	10497,9
296	464,8	3831,7	1329	1122,7	8983,4	2362	1091,1	10243,7	3395	1252,2	11079,5	4428	1101,5	10467,2
297	463,0	3824,4	1330	1121,4	9033,2	2363	1098,2	10289,2	3396	1245,6	11019,1	4429	1101,6	10465,9
298	464,7	3832,3	1331	1109,5	8956,5	2364	1106,6	10353,1	3397	1244,5	10989,1	4430	1125,9	10674,4
299	466,9	3856,2	1332	1101,7	8891,5	2365	1091,9	10229,5	3398	1250,6	11045,3	4431	1120,5	10636,4
300	465,9	3851,7	1333	1110,7	8994,9	2366	1079,9	10105,7	3399	1239,2	10924,7	4432	1127,2	10680,4
301	467,1	3853,4	1334	1109,7	9012,3	2367	1086,0	10157,9	3400	1246,0	10973,6	4433	1125,8	10675,0
302	463,9	3830,6	1335	1115,8	9110,2	2368	1097,1	10216,1	3401	1272,9	11190,8	4434	1121,6	10653,6

303	466,4	3862,7	1336	1119,3	9162,3	2369	1083,8	10104,3	3402	1270,2	11150,2	4435	1127,8	10698,8
304	467,4	3863,0	1337	1108,2	9076,6	2370	1074,6	9981,6	3403	1280,2	11228,0	4436	1121,1	10644,3
305	467,0	3849,6	1338	1122,7	9167,5	2371	1067,7	9923,0	3404	1270,9	11151,8	4437	1089,5	10378,8
306	469,4	3848,2	1339	1123,7	9141,8	2372	1064,7	9911,7	3405	1274,1	11225,3	4438	1083,6	10320,0
307	470,9	3865,1	1340	1126,7	9184,9	2373	1067,1	9925,3	3406	1265,5	11090,7	4439	1079,3	10303,2
308	471,1	3895,7	1341	1130,5	9176,7	2374	1040,7	9709,8	3407	1267,3	11103,6	4440	1079,4	10302,0
309	468,5	3864,9	1342	1119,6	9143,3	2375	1040,7	9687,8	3408	1272,5	11134,8	4441	1092,5	10405,9
310	468,8	3862,6	1343	1107,9	9064,6	2376	1049,9	9796,8	3409	1258,6	11013,2	4442	1094,2	10415,5
311	468,5	3869,5	1344	1086,5	8917,6	2377	1029,2	9624,6	3410	1242,3	10846,3	4443	1075,6	10271,2
312	464,4	3821,1	1345	1085,1	8899,0	2378	1027,5	9589,7	3411	1236,2	10739,4	4444	1071,7	10213,6
313	460,6	3774,7	1346	1094,6	8951,5	2379	1030,7	9645,4	3412	1234,5	10747,4	4445	1067,4	10174,4
314	460,0	3762,4	1347	1111,8	9063,4	2380	1013,6	9517,3	3413	1236,9	10799,2	4446	1051,9	10040,5
315	452,5	3699,0	1348	1121,0	9147,1	2381	1020,3	9617,7	3414	1259,8	11011,4	4447	1055,3	10060,1
316	445,6	3626,8	1349	1122,1	9192,7	2382	1009,6	9502,8	3415	1249,1	10928,1	4448	1047,2	9985,8
317	445,8	3636,0	1350	1115,5	9147,6	2383	1007,3	9474,2	3416	1240,3	10868,4	4449	1064,6	10150,7
318	438,9	3593,4	1351	1104,9	9054,6	2384	1036,2	9687,4	3417	1260,9	11051,1	4450	1048,9	10009,7
319	448,3	3675,4	1352	1095,1	8976,7	2385	1037,1	9706,1	3418	1268,9	11103,7	4451	1049,3	10014,7
320	448,1	3679,7	1353	1108,1	9055,1	2386	1020,0	9561,6	3419	1268,4	11102,5	4452	1080,3	10269,5
321	450,9	3693,3	1354	1106,6	9091,5	2387	1006,3	9431,8	3420	1263,2	11100,4	4453	1090,1	10320,1
322	447,1	3674,3	1355	1115,8	9161,8	2388	989,1	9253,8	3421	1278,6	11219,7	4454	1104,5	10447,9
323	449,9	3688,8	1356	1118,9	9211,8	2389	992,7	9281,8	3422	1276,7	11185,7	4455	1091,8	10340,7
324	447,6	3681,7	1357	1117,4	9172,2	2390	976,1	9126,8	3423	1270,9	11125,7	4456	1098,9	10387,0
325	446,3	3661,5	1358	1108,7	9096,0	2391	973,5	9120,1	3424	1278,6	11199,9	4457	1104,2	10415,2
326	446,4	3663,3	1359	1105,8	9050,9	2392	990,6	9269,9	3425	1280,3	11242,6	4458	1109,6	10462,8
327	446,2	3661,5	1360	1109,5	9054,6	2393	989,8	9243,3	3426	1279,4	11240,4	4459	1121,9	10544,1
328	442,5	3620,4	1361	1119,1	9171,5	2394	968,7	9109,8	3427	1275,8	11219,4	4460	1121,1	10526,5
329	442,5	3619,8	1362	1114,6	9132,4	2395	948,1	9007,8	3428	1271,5	11173,6	4461	1125,1	10572,7
330	442,0	3598,7	1363	1110,5	9114,4	2396	954,0	9055,0	3429	1266,0	11076,2	4462	1124,7	10594,8
331	448,7	3652,5	1364	1094,0	8963,7	2397	989,0	9379,5	3430	1271,8	11124,4	4463	1125,6	10607,9
332	447,6	3648,7	1365	1092,2	8936,6	2398	977,0	9274,9	3431	1266,7	11088,0	4464	1142,7	10753,6
333	452,7	3705,8	1366	1097,6	8970,2	2399	952,8	9096,1	3432	1268,2	11097,9	4465	1139,8	10761,0
334	451,9	3699,5	1367	1090,8	8900,0	2400	920,5	8813,5	3433	1285,6	11230,3	4466	1134,3	10739,3
335	449,1	3668,3	1368	1091,0	8922,4	2401	927,4	8801,5	3434	1295,4	11327,1	4467	1124,8	10662,4
336	450,9	3681,7	1369	1093,2	8891,2	2402	921,4	8684,5	3435	1297,5	11335,0	4468	1148,7	10860,3
337	453,0	3701,0	1370	1082,7	8803,8	2403	917,9	8639,2	3436	1302,3	11381,5	4469	1142,2	10812,0
338	453,0	3714,4	1371	1094,8	8870,6	2404	901,1	8473,1	3437	1297,5	11345,1	4470	1147,7	10858,1
339	451,7	3697,8	1372	1113,9	9037,7	2405	906,0	8542,5	3438	1298,8	11339,8	4471	1144,7	10835,3
340	451,4	3696,0	1373	1115,7	9069,6	2406	881,6	8409,5	3439	1293,0	11297,9	4472	1141,2	10788,1
341	447,8	3669,5	1374	1118,4	9049,9	2407	847,8	8019,3	3440	1296,1	11304,5	4473	1146,2	10829,7
342	442,3	3629,0	1375	1112,3	8971,7	2408	819,9	7784,6	3441	1295,1	11284,1	4474	1137,0	10751,3
343	446,0	3656,4	1376	1094,6	8811,8	2409	797,7	7702,3	3442	1301,8	11352,0	4475	1160,8	10944,7
344	441,5	3629,0	1377	1098,8	8834,9	2410	843,4	8191,3	3443	1304,3	11369,9	4476	1160,0	10967,7
345	443,8	3652,8	1378	1077,0	8627,9	2411	838,7	8186,3	3444	1304,3	11382,9	4477	1158,1	10948,6
346	444,1	3659,7	1379	1087,6	8665,3	2412	852,8	8264,4	3445	1303,8	11381,2	4478	1165,2	11006,5
347	444,5	3671,5	1380	1107,1	8829,5	2413	899,0	8711,9	3446	1311,0	11464,2	4479	1165,3	11010,3
348	449,4	3720,6	1381	1106,4	8813,0	2414	902,8	8680,0	3447	1313,3	11469,3	4480	1169,8	11020,4
349	453,7	3732,9	1382	1100,7	8712,9	2415	911,6	8736,6	3448	1300,3	11406,2	4481	1178,1	11096,1
350	456,5	3759,0	1383	1103,2	8711,1	2416	884,7	8506,6	3449	1294,0	11331,4	4482	1173,8	11094,6
351	454,9	3766,4	1384	1119,5	8828,5	2417	864,2	8313,1	3450	1298,9	11392,1	4483	1176,2	11062,8
352	453,2	3742,4	1385	1132,9	8923,9	2418	834,6	8043,6	3451	1299,5	11396,8	4484	1184,7	11143,7
353	454,8	3745,2	1386	1129,3	8935,6	2419	859,6	8274,1	3452	1313,1	11498,1	4485	1165,9	10978,6
354	456,3	3755,3	1387	1133,2	8944,5	2420	876,8	8456,2	3453	1318,1	11543,3	4486	1178,2	11108,0
355	457,1	3753,5	1388	1138,5	8997,4	2421	905,5	8712,0	3454	1316,3	11527,4	4487	1180,3	11146,6
356	457,3	3757,1	1389	1133,8	8952,0	2422	908,6	8745,5	3455	1319,9	11560,8	4488	1183,1	11132,6
357	456,5	3758,4	1390	1148,6	9048,7	2423	903,8	8688,9	3456	1321,2	11555,0	4489	1185,6	11164,1
358	457,6	3760,8	1391	1146,4	9025,3	2424	884,2	8482,4	3457	1318,3	11540,9	4490	1185,6	11169,5
359	457,7	3759,0	1392	1157,3	9091,8	2425	919,6	8743,3	3458	1325,2	11613,2	4491	1182,5	11126,3
360	460,1	3772,2	1393	1154,7	9085,0	2426	930,3	8818,1	3459	1318,0	11533,2	4492	1183,8	11114,0
361	458,9	3768,5	1394	1166,4	9175,0	2427	928,8	8778,1	3460	1314,8	11508,1	4493	1183,3	11118,5
362	458,2	3755,9	1395	1158,6	9089,8	2428	950,7	8990,8	3461	1326,4	11575,8	4494	1184,4	11124,6
363	457,1	3749,5	1396	1164,3	9105,7	2429	937,4	8872,1	3462	1336,3	11669,4	4495	1193,6	11188,7
364	457,9	3753,1	1397	1165,2	9096,2	2430	949,4	8957,2	3463	1336,6	11689,2	4496	1198,0	11215,1

365	458,7	3773,5	1398	1177,6	9245,5	2431	962,7	9053,6	3464	1339,2	11718,5	4497	1221,1	11434,8
366	459,1	3783,1	1399	1174,8	9234,5	2432	940,9	8873,0	3465	1335,9	11679,1	4498	1225,9	11444,1
367	462,4	3814,8	1400	1184,0	9328,2	2433	948,0	8919,0	3466	1331,3	11670,4	4499	1223,3	11406,8
368	460,6	3790,4	1401	1186,8	9338,0	2434	934,8	8824,4	3467	1334,1	11727,3	4500	1213,4	11346,8
369	461,9	3811,3	1402	1184,1	9295,7	2435	917,9	8694,1	3468	1350,2	11850,6	4501	1218,7	11357,0
370	458,5	3776,8	1403	1165,1	9190,2	2436	917,8	8671,0	3469	1353,2	11866,7	4502	1213,5	11283,1
371	455,5	3741,9	1404	1164,1	9128,9	2437	916,1	8663,5	3470	1349,6	11850,2	4503	1199,2	11192,6
372	451,3	3708,0	1405	1139,8	8933,0	2438	878,0	8308,1	3471	1350,7	11857,8	4504	1197,8	11202,0
373	453,1	3724,8	1406	1140,8	8937,4	2439	893,4	8425,1	3472	1353,4	11867,2	4505	1178,3	11023,5
374	449,6	3699,1	1407	1147,3	9028,2	2440	879,2	8283,7	3473	1350,0	11852,1	4506	1178,6	11007,9
375	442,8	3636,9	1408	1130,2	8934,8	2441	893,9	8427,2	3474	1362,8	11947,7	4507	1196,7	11181,2
376	447,3	3685,5	1409	1125,2	8915,0	2442	903,0	8519,4	3475	1365,6	11960,5	4508	1199,7	11203,6
377	446,1	3669,6	1410	1143,0	9027,0	2443	909,6	8602,6	3476	1369,1	11980,6	4509	1197,8	11178,6
378	447,6	3667,1	1411	1120,7	8883,3	2444	909,5	8581,2	3477	1364,1	11950,0	4510	1180,7	11036,4
379	444,3	3625,0	1412	1112,4	8786,7	2445	886,9	8379,4	3478	1366,0	11992,7	4511	1198,4	11187,3
380	446,2	3646,7	1413	1072,1	8487,3	2446	889,8	8312,7	3479	1367,0	12011,7	4512	1189,4	11092,0
381	446,4	3652,5	1414	1081,4	8546,8	2447	891,1	8380,2	3480	1368,6	12002,4	4513	1187,8	11052,5
382	446,1	3674,5	1415	1089,6	8577,7	2448	873,5	8207,6	3481	1377,0	12116,9	4514	1180,6	11006,0
383	448,4	3688,4	1416	1089,5	8598,0	2449	869,5	8172,5	3482	1377,4	12127,9	4515	1206,1	11255,8
384	449,6	3709,1	1417	1083,1	8574,8	2450	843,3	7942,4	3483	1382,2	12134,7	4516	1221,5	11362,4
385	448,1	3703,0	1418	1069,0	8462,8	2451	845,4	7986,0	3484	1389,1	12163,7	4517	1224,7	11382,1
386	448,0	3702,7	1419	1084,2	8553,0	2452	833,7	7872,2	3485	1377,3	12090,3	4518	1223,1	11362,2
387	448,7	3704,3	1420	1074,9	8459,5	2453	819,3	7683,1	3486	1377,9	12086,5	4519	1223,8	11359,2
388	453,4	3739,2	1421	1062,8	8425,0	2454	839,7	7841,8	3487	1377,9	12080,7	4520	1228,3	11372,5
389	454,2	3753,8	1422	1083,7	8574,8	2455	855,0	7997,1	3488	1367,8	12031,0	4521	1233,0	11370,1
390	455,2	3755,4	1423	1101,2	8714,6	2456	827,4	7701,5	3489	1367,3	12018,5	4522	1240,4	11410,3
391	453,9	3748,3	1424	1098,1	8693,3	2457	815,3	7591,9	3490	1364,3	11986,0	4523	1240,5	11428,6
392	451,6	3727,3	1425	1091,6	8611,4	2458	847,9	7938,8	3491	1379,8	12105,6	4524	1241,6	11476,5
393	452,6	3732,4	1426	1081,2	8533,7	2459	827,9	7755,6	3492	1382,8	12156,8	4525	1235,2	11457,5
394	453,1	3735,0	1427	1088,1	8566,6	2460	819,0	7717,2	3493	1385,7	12176,5	4526	1242,9	11499,3
395	454,3	3741,8	1428	1092,9	8602,7	2461	800,6	7528,4	3494	1378,3	12103,3	4527	1243,9	11491,9
396	453,4	3735,7	1429	1084,2	8523,4	2462	785,3	7422,8	3495	1380,9	12108,4	4528	1247,1	11478,1
397	452,6	3720,5	1430	1042,6	8166,0	2463	798,6	7501,5	3496	1384,4	12131,9	4529	1254,6	11533,2
398	454,2	3730,8	1431	1027,1	8051,7	2464	776,8	7286,3	3497	1393,2	12218,0	4530	1258,8	11559,5
399	458,3	3764,5	1432	957,3	7539,1	2465	803,9	7534,0	3498	1396,6	12251,7	4531	1256,8	11573,5
400	461,0	3798,2	1433	994,3	7827,4	2466	835,3	7850,3	3499	1399,8	12305,8	4532	1257,5	11555,0
401	460,6	3796,2	1434	990,5	7782,4	2467	841,4	7877,4	3500	1401,2	12342,6	4533	1258,5	11575,5
402	461,5	3792,7	1435	982,3	7682,2	2468	881,3	8255,7	3501	1400,5	12316,5	4534	1259,8	11585,4
403	458,4	3765,8	1436	973,9	7640,3	2469	860,0	8036,0	3502	1402,8	12321,6	4535	1257,9	11569,7
404	457,1	3747,0	1437	1023,5	8020,8	2470	879,2	8275,0	3503	1406,1	12327,0	4536	1257,6	11577,5
405	457,9	3753,8	1438	1006,2	7865,0	2471	884,4	8322,4	3504	1401,0	12280,2	4537	1271,9	11670,8
406	457,9	3755,8	1439	980,2	7615,6	2472	899,7	8538,2	3505	1381,9	12121,7	4538	1270,2	11691,2
407	460,3	3766,8	1440	1009,1	7795,5	2473	890,2	8450,2	3506	1386,7	12136,5	4539	1276,6	11722,9
408	458,9	3750,9	1441	1029,7	7945,4	2474	896,1	8494,3	3507	1399,5	12226,7	4540	1273,9	11697,3
409	461,9	3768,7	1442	1037,7	8024,4	2475	882,5	8317,3	3508	1400,6	12221,9	4541	1271,5	11674,8
410	461,2	3760,3	1443	1045,5	8089,8	2476	897,7	8444,0	3509	1396,7	12194,1	4542	1269,8	11637,5
411	465,0	3784,6	1444	1018,9	7873,8	2477	890,2	8368,0	3510	1409,1	12283,9	4543	1274,5	11671,9
412	465,2	3776,5	1445	1020,1	7895,7	2478	882,2	8368,9	3511	1414,8	12331,6	4544	1286,0	11755,4
413	463,2	3755,4	1446	1023,9	7933,3	2479	890,7	8427,4	3512	1412,9	12309,3	4545	1283,8	11731,9
414	463,7	3755,1	1447	1029,6	7897,2	2480	885,8	8397,0	3513	1407,3	12278,4	4546	1293,2	11787,4
415	462,3	3751,2	1448	1066,1	8154,4	2481	901,0	8517,6	3514	1409,8	12307,5	4547	1295,0	11837,9
416	464,5	3775,8	1449	1042,7	8002,0	2482	908,4	8571,6	3515	1413,0	12328,5	4548	1281,9	11825,3
417	469,0	3846,7	1450	1044,8	8028,8	2483	915,4	8678,3	3516	1411,6	12315,6	4549	1280,3	11822,8
418	468,1	3829,9	1451	1048,7	8108,8	2484	923,8	8771,0	3517	1413,2	12317,5	4550	1283,4	11871,8
419	473,8	3881,0	1452	1049,0	8080,5	2485	902,7	8586,2	3518	1425,5	12416,8	4551	1290,8	11980,5
420	474,6	3898,9	1453	1017,0	7842,6	2486	894,7	8537,1	3519	1427,1	12445,5	4552	1291,2	11977,2
421	476,1	3917,3	1454	986,4	7632,5	2487	876,2	8359,0	3520	1422,5	12441,3	4553	1296,6	11985,4
422	475,5	3913,4	1455	1002,6	7784,7	2488	883,0	8386,0	3521	1425,6	12471,3	4554	1299,5	11989,8
423	473,2	3901,4	1456	988,6	7726,2	2489	882,5	8398,5	3522	1423,5	12463,9	4555	1276,3	11823,7
424	471,0	3885,6	1457	984,6	7743,0	2490	904,3	8542,1	3523	1418,3	12421,3	4556	1286,1	11891,9
425	471,9	3898,7	1458	970,7	7741,7	2491	909,8	8579,1	3524	1410,8	12343,2	4557	1307,6	12040,2
426	471,0	3886,3	1459	959,4	7731,9	2492	900,4	8486,6	3525	1416,9	12407,6	4558	1304,0	12042,0

427	473,1	3908,5	1460	984,4	7899,5	2493	896,7	8474,8	3526	1426,8	12510,6	4559	1307,1	12062,3
428	468,2	3874,8	1461	997,7	8001,5	2494	914,2	8623,0	3527	1424,7	12501,5	4560	1310,9	12092,2
429	466,2	3860,3	1462	994,8	7938,1	2495	933,8	8845,2	3528	1418,3	12463,2	4561	1319,1	12161,6
430	467,5	3879,9	1463	1005,5	7968,8	2496	930,6	8804,8	3529	1416,6	12474,5	4562	1324,6	12233,2
431	468,8	3895,3	1464	1047,5	8299,4	2497	932,9	8849,4	3530	1418,3	12480,7	4563	1320,9	12239,9
432	474,8	3953,9	1465	1056,4	8416,8	2498	913,3	8676,4	3531	1409,7	12398,0	4564	1321,9	12229,3
433	471,2	3933,4	1466	1062,4	8466,5	2499	938,9	8931,7	3532	1412,8	12423,5	4565	1329,2	12273,3
434	470,9	3936,7	1467	1063,9	8505,9	2500	936,3	8896,1	3533	1412,1	12416,6	4566	1332,3	12268,2
435	463,4	3869,1	1468	1069,9	8519,2	2501	934,5	8862,6	3534	1414,9	12442,2	4567	1328,0	12226,6
436	461,5	3851,6	1469	1078,5	8533,1	2502	920,8	8742,9	3535	1423,8	12515,0	4568	1336,3	12288,2
437	461,3	3837,1	1470	1070,7	8452,3	2503	917,6	8737,9	3536	1430,7	12556,1	4569	1340,4	12318,1
438	459,7	3831,7	1471	1072,3	8432,2	2504	906,6	8623,3	3537	1431,9	12582,6	4570	1343,0	12391,3
439	460,8	3849,2	1472	1065,3	8366,0	2505	912,2	8645,8	3538	1430,6	12577,2	4571	1315,4	12212,8
440	462,1	3863,0	1473	1068,1	8372,0	2506	892,0	8473,4	3539	1426,4	12567,9	4572	1307,4	12105,8
441	464,8	3878,2	1474	1085,9	8495,0	2507	904,5	8574,3	3540	1430,5	12565,5	4573	1306,1	12068,5
442	462,2	3854,6	1475	1098,7	8592,1	2508	905,0	8589,1	3541	1423,0	12477,2	4574	1319,9	12130,5
443	462,7	3843,2	1476	1111,6	8706,2	2509	901,6	8538,4	3542	1428,0	12533,8	4575	1327,2	12226,3
444	461,7	3846,9	1477	1110,8	8706,2	2510	889,5	8433,7	3543	1440,1	12621,8	4576	1306,3	12058,0
445	454,6	3801,1	1478	1118,7	8783,1	2511	910,4	8627,4	3544	1423,9	12502,6	4577	1308,4	12066,8
446	453,5	3787,3	1479	1133,9	8915,5	2512	903,0	8535,4	3545	1422,2	12487,0	4578	1331,0	12258,2
447	452,4	3775,6	1480	1141,0	8975,5	2513	891,1	8447,4	3546	1420,6	12490,8	4579	1321,2	12169,9
448	455,1	3797,4	1481	1130,2	8898,0	2514	884,3	8364,8	3547	1428,8	12523,3	4580	1310,1	12090,0
449	459,0	3821,3	1482	1128,3	8864,0	2515	895,8	8511,3	3548	1438,2	12621,7	4581	1321,8	12214,4
450	465,8	3876,8	1483	1121,0	8823,8	2516	897,4	8493,3	3549	1445,9	12673,7	4582	1320,0	12213,1
451	465,5	3875,2	1484	1117,7	8829,8	2517	892,5	8448,1	3550	1448,4	12653,5	4583	1295,1	11984,6
452	467,8	3890,0	1485	1125,7	8919,6	2518	889,7	8432,6	3551	1447,0	12661,7	4584	1304,3	12044,4
453	469,1	3910,5	1486	1135,9	9011,2	2519	875,4	8303,8	3552	1448,0	12666,3	4585	1296,4	11993,2
454	469,0	3923,9	1487	1139,3	8986,3	2520	879,4	8332,9	3553	1450,0	12666,9	4586	1281,9	11855,4
455	467,7	3917,5	1488	1144,5	9041,1	2521	879,8	8341,6	3554	1448,3	12637,6	4587	1256,9	11613,3
456	470,3	3936,0	1489	1152,6	9056,1	2522	909,0	8607,5	3555	1438,1	12580,8	4588	1273,7	11774,6
457	466,9	3911,1	1490	1163,6	9159,5	2523	908,6	8601,7	3556	1433,4	12552,6	4589	1279,2	11858,5
458	464,9	3891,3	1491	1188,2	9374,3	2524	929,0	8773,6	3557	1444,3	12654,9	4590	1298,4	12036,5
459	460,8	3855,3	1492	1183,0	9301,2	2525	922,9	8740,6	3558	1455,3	12741,9	4591	1293,8	12018,6
460	461,5	3850,6	1493	1186,9	9314,3	2526	909,9	8595,3	3559	1456,8	12765,0	4592	1297,5	12086,0
461	462,6	3848,2	1494	1192,3	9333,1	2527	927,6	8776,2	3560	1455,5	12767,6	4593	1309,7	12170,6
462	465,9	3875,2	1495	1163,6	9116,6	2528	927,6	8784,9	3561	1459,7	12786,6	4594	1313,8	12220,6
463	473,8	3930,7	1496	1175,3	9133,5	2529	926,3	8786,0	3562	1457,6	12738,4	4595	1310,2	12197,9
464	472,4	3908,1	1497	1171,3	9064,5	2530	931,7	8842,6	3563	1456,4	12686,0	4596	1319,4	12279,0
465	468,4	3863,4	1498	1150,1	8879,7	2531	918,2	8723,2	3564	1451,2	12647,5	4597	1328,3	12350,6
466	466,5	3837,1	1499	1176,7	9016,1	2532	914,6	8697,9	3565	1449,4	12632,3	4598	1325,8	12319,7
467	467,9	3845,9	1500	1187,7	9070,5	2533	901,8	8586,7	3566	1399,0	12216,2	4599	1332,4	12376,7
468	462,3	3807,5	1501	1181,4	9028,0	2534	887,6	8442,9	3567	1406,8	12268,6	4600	1332,9	12400,0
469	463,1	3808,9	1502	1183,5	9009,2	2535	878,4	8318,7	3568	1403,2	12234,3	4601	1332,6	12393,9
470	465,7	3830,7	1503	1165,0	8841,6	2536	887,3	8369,5	3569	1387,2	12114,1	4602	1335,5	12426,8
471	465,4	3831,7	1504	1166,5	8821,8	2537	861,4	8131,0	3570	1374,1	12050,4	4603	1333,5	12409,5
472	464,4	3822,0	1505	1141,2	8695,6	2538	847,5	7989,6	3571	1395,4	12207,6	4604	1328,2	12380,1
473	462,4	3801,5	1506	1162,8	8823,3	2539	858,5	8088,8	3572	1392,0	12192,5	4605	1324,5	12381,1
474	466,0	3829,7	1507	1161,9	8790,6	2540	864,4	8110,7	3573	1401,9	12260,7	4606	1314,2	12263,6
475	465,0	3826,4	1508	1180,0	8875,8	2541	844,6	7945,1	3574	1402,9	12276,3	4607	1314,4	12271,0
476	465,6	3845,2	1509	1188,0	8903,6	2542	855,7	8053,8	3575	1406,6	12318,6	4608	1314,5	12285,2
477	463,6	3828,0	1510	1202,8	8988,9	2543	860,3	8109,8	3576	1378,0	12076,0	4609	1319,7	12341,8
478	461,5	3815,3	1511	1203,6	9044,5	2544	848,2	8013,3	3577	1387,2	12133,4	4610	1305,1	12201,6
479	458,3	3769,5	1512	1228,5	9202,0	2545	843,6	7985,2	3578	1392,3	12159,7	4611	1312,6	12266,8
480	450,1	3678,0	1513	1226,3	9218,0	2546	838,2	7929,3	3579	1387,0	12110,4	4612	1330,4	12453,5
481	449,9	3674,6	1514	1225,5	9226,8	2547	829,7	7864,2	3580	1402,1	12226,2	4613	1337,4	12506,0
482	452,3	3708,3	1515	1241,8	9321,0	2548	836,0	7920,1	3581	1410,9	12288,1	4614	1335,3	12479,9
483	454,2	3739,6	1516	1231,9	9274,6	2549	829,2	7843,1	3582	1435,0	12447,5	4615	1347,2	12595,4
484	455,2	3738,6	1517	1229,2	9181,4	2550	818,7	7758,2	3583	1434,5	12461,1	4616	1355,7	12691,0
485	453,7	3739,2	1518	1228,1	9184,3	2551	817,4	7749,9	3584	1436,1	12481,0	4617	1360,5	12763,3
486	448,9	3700,9	1519	1244,8	9311,2	2552	834,9	7908,8	3585	1437,5	12469,1	4618	1363,6	12810,5
487	453,3	3745,6	1520	1272,3	9545,0	2553	851,2	8041,2	3586	1428,6	12397,3	4619	1361,2	12807,4
488	453,3	3741,9	1521	1269,7	9537,8	2554	845,1	8000,6	3587	1417,2	12300,4	4620	1356,6	12807,5

489	453,1	3746,0	1522	1275,1	9643,3	2555	837,1	7915,0	3588	1422,5	12348,8	4621	1347,3	12723,6
490	451,2	3735,5	1523	1263,9	9619,9	2556	848,2	8018,1	3589	1420,9	12354,4	4622	1335,1	12584,2
491	445,5	3685,7	1524	1239,5	9474,7	2557	832,6	7858,2	3590	1424,6	12382,3	4623	1340,2	12638,7
492	447,0	3691,1	1525	1234,4	9349,6	2558	838,6	7909,5	3591	1437,8	12510,3	4624	1346,3	12684,7
493	449,5	3718,4	1526	1212,2	9120,9	2559	827,6	7807,0	3592	1439,4	12530,1	4625	1357,2	12760,4
494	450,2	3715,3	1527	1243,3	9340,6	2560	837,3	7885,0	3593	1443,8	12560,2	4626	1342,1	12630,0
495	455,0	3746,3	1528	1252,0	9355,2	2561	841,2	7891,1	3594	1444,6	12569,1	4627	1348,7	12695,9
496	455,3	3765,5	1529	1256,6	9335,9	2562	834,8	7837,9	3595	1448,4	12573,9	4628	1337,8	12595,8
497	458,8	3807,2	1530	1235,2	9264,1	2563	822,0	7704,9	3596	1438,9	12484,6	4629	1329,5	12548,4
498	457,9	3790,7	1531	1225,2	9120,7	2564	829,9	7775,6	3597	1447,8	12553,0	4630	1329,0	12479,6
499	457,1	3767,2	1532	1234,0	9203,3	2565	822,1	7674,0	3598	1452,9	12612,1	4631	1340,7	12560,2
500	459,6	3801,8	1533	1252,3	9324,6	2566	828,9	7740,0	3599	1468,5	12720,5	4632	1343,6	12605,3
501	459,7	3814,9	1534	1243,2	9200,2	2567	807,5	7568,2	3600	1471,5	12773,0	4633	1333,3	12512,0
502	459,8	3833,4	1535	1265,4	9281,3	2568	800,7	7524,1	3601	1472,5	12803,8	4634	1317,4	12381,3
503	462,5	3861,7	1536	1279,6	9358,8	2569	804,2	7552,1	3602	1470,7	12808,6	4635	1316,3	12356,2
504	460,9	3839,5	1537	1273,0	9345,7	2570	831,9	7821,8	3603	1484,4	12962,0	4636	1320,5	12394,7
505	461,2	3833,4	1538	1262,0	9274,1	2571	833,3	7859,7	3604	1480,9	12919,4	4637	1325,7	12402,8
506	459,3	3834,4	1539	1272,1	9366,8	2572	862,8	8141,9	3605	1480,4	12953,9	4638	1331,1	12441,6
507	459,1	3838,5	1540	1248,5	9304,5	2573	866,5	8194,2	3606	1495,4	13089,9	4639	1345,2	12569,8
508	460,7	3857,7	1541	1239,4	9304,2	2574	874,0	8265,5	3607	1494,3	13105,5	4640	1314,6	12290,1
509	460,3	3850,9	1542	1243,8	9291,1	2575	875,7	8286,6	3608	1494,1	13120,9	4641	1312,9	12248,6
510	460,7	3867,4	1543	1216,1	9133,0	2576	895,8	8522,0	3609	1482,4	13062,9	4642	1300,2	12151,3
511	460,8	3861,4	1544	1223,6	9177,3	2577	864,2	8214,7	3610	1486,3	13136,1	4643	1286,2	12090,0
512	461,7	3866,7	1545	1254,0	9363,5	2578	874,7	8280,2	3611	1495,9	13211,9	4644	1284,9	12070,8
513	461,7	3862,0	1546	1230,1	9274,9	2579	870,0	8229,9	3612	1502,4	13241,4	4645	1279,6	12048,9
514	461,6	3859,0	1547	1241,9	9297,0	2580	868,5	8201,5	3613	1505,6	13264,6	4646	1289,0	12124,4
515	466,0	3908,5	1548	1224,0	9195,5	2581	863,5	8145,8	3614	1509,5	13313,0	4647	1271,0	11951,9
516	469,4	3932,3	1549	1237,3	9298,6	2582	848,2	7992,1	3615	1507,7	13309,1	4648	1271,8	11953,0
517	470,1	3930,7	1550	1239,2	9340,0	2583	858,5	8069,9	3616	1512,6	13362,9	4649	1287,9	12076,1
518	469,7	3929,0	1551	1272,1	9552,7	2584	880,9	8285,1	3617	1491,5	13215,1	4650	1265,4	11897,3
519	467,0	3882,2	1552	1271,2	9544,4	2585	876,5	8240,4	3618	1505,9	13326,2	4651	1267,6	11961,5
520	464,8	3869,4	1553	1253,4	9399,7	2586	878,9	8277,2	3619	1503,2	13346,8	4652	1271,5	12004,4
521	465,8	3867,4	1554	1245,0	9366,3	2587	879,9	8300,4	3620	1501,2	13383,8	4653	1278,4	12080,4
522	465,9	3862,7	1555	1238,3	9306,6	2588	878,3	8298,9	3621	1514,1	13487,5	4654	1295,5	12190,0
523	467,4	3871,4	1556	1236,2	9324,8	2589	866,0	8197,9	3622	1512,8	13476,7	4655	1287,1	12109,7
524	468,3	3870,4	1557	1225,5	9297,6	2590	871,6	8221,3	3623	1522,8	13556,5	4656	1283,5	12050,0
525	470,4	3858,0	1558	1227,7	9275,9	2591	868,3	8203,4	3624	1525,1	13542,9	4657	1268,5	11934,6
526	468,5	3832,1	1559	1246,6	9467,4	2592	885,2	8351,1	3625	1524,1	13540,0	4658	1280,1	12043,6
527	470,4	3843,9	1560	1275,5	9736,1	2593	890,8	8402,4	3626	1522,3	13525,7	4659	1296,7	12188,7
528	470,4	3847,6	1561	1282,7	9727,6	2594	879,9	8257,6	3627	1507,5	13441,1	4660	1307,4	12261,4
529	472,8	3870,8	1562	1279,8	9693,8	2595	893,6	8337,7	3628	1515,7	13507,3	4661	1320,6	12414,3
530	478,6	3928,6	1563	1286,8	9772,8	2596	892,0	8328,9	3629	1518,1	13521,3	4662	1339,7	12582,8
531	481,1	3937,7	1564	1297,7	9897,4	2597	911,4	8485,0	3630	1530,2	13633,1	4663	1337,9	12569,9
532	480,8	3937,4	1565	1294,6	9876,4	2598	919,0	8515,7	3631	1530,6	13627,6	4664	1339,2	12626,0
533	481,2	3935,4	1566	1307,3	9958,8	2599	911,4	8440,0	3632	1536,3	13668,1	4665	1353,2	12719,5
534	480,2	3932,7	1567	1306,4	9930,5	2600	898,8	8306,4	3633	1539,2	13676,3	4666	1343,8	12657,2
535	481,5	3939,1	1568	1297,8	9879,4	2601	914,8	8471,6	3634	1531,0	13595,5	4667	1319,5	12505,8
536	481,7	3954,2	1569	1316,6	9997,6	2602	917,8	8503,0	3635	1517,4	13465,7	4668	1313,6	12446,9
537	482,6	3958,3	1570	1299,3	9903,6	2603	916,9	8480,1	3636	1490,7	13266,7	4669	1317,7	12491,6
538	484,5	3986,2	1571	1297,0	9890,5	2604	916,3	8454,3	3637	1507,7	13424,4	4670	1308,9	12437,1
539	485,2	3987,5	1572	1262,1	9671,8	2605	930,1	8582,7	3638	1509,1	13425,0	4671	1316,1	12479,7
540	482,0	3953,5	1573	1268,6	9666,8	2606	926,6	8531,6	3639	1493,0	13295,0	4672	1305,4	12385,2
541	482,7	3964,0	1574	1290,0	9836,4	2607	934,4	8588,4	3640	1515,7	13482,4	4673	1326,7	12587,4
542	485,1	3973,1	1575	1282,8	9822,2	2608	929,6	8560,6	3641	1523,0	13553,7	4674	1325,8	12571,9
543	486,9	4003,3	1576	1310,2	10006,8	2609	920,3	8491,2	3642	1532,9	13639,5	4675	1343,8	12724,4
544	488,1	4011,7	1577	1300,8	9913,3	2610	933,4	8604,6	3643	1531,1	13613,0	4676	1345,0	12681,2
545	483,8	3988,6	1578	1286,4	9786,2	2611	945,1	8726,7	3644	1533,7	13635,4	4677	1337,4	12592,8
546	487,4	4011,1	1579	1293,7	9832,5	2612	942,3	8679,3	3645	1512,8	13489,4	4678	1331,9	12501,3
547	485,7	3994,8	1580	1321,1	10007,3	2613	939,3	8647,8	3646	1522,2	13545,8	4679	1304,9	12302,6
548	485,1	3979,9	1581	1317,9	9963,5	2614	946,7	8713,1	3647	1502,6	13360,3	4680	1300,7	12240,1
549	485,4	3989,6	1582	1326,9	10085,3	2615	944,3	8679,0	3648	1497,7	13352,1	4681	1292,3	12143,2
550	485,6	3997,6	1583	1344,0	10197,7	2616	920,8	8493,4	3649	1492,9	13337,7	4682	1286,9	12132,5

551	482,1	3962,6	1584	1348,4	10173,8	2617	919,7	8491,4	3650	1506,3	13427,7	4683	1254,1	11866,6
552	483,1	3979,2	1585	1358,6	10339,5	2618	923,4	8516,4	3651	1505,7	13422,3	4684	1260,3	11896,4
553	483,2	3983,4	1586	1349,8	10395,0	2619	931,9	8594,0	3652	1503,4	13408,6	4685	1200,1	11383,7
554	489,6	4035,6	1587	1328,4	10411,7	2620	933,2	8601,4	3653	1519,4	13535,4	4686	1199,4	11444,6
555	490,1	4025,2	1588	1322,9	10462,7	2621	951,5	8781,4	3654	1524,9	13577,3	4687	1119,5	10809,9
556	492,9	4048,8	1589	1319,0	10493,9	2622	953,2	8793,1	3655	1525,4	13565,8	4688	1172,5	11239,8
557	491,9	4038,4	1590	1289,5	10440,5	2623	949,6	8711,2	3656	1530,4	13611,7	4689	1120,8	10719,9
558	495,4	4069,2	1591	1306,2	10448,6	2624	963,6	8850,3	3657	1531,9	13650,0	4690	1172,6	11143,3
559	495,5	4073,7	1592	1336,1	10581,4	2625	967,0	8897,8	3658	1510,1	13501,7	4691	1178,8	11269,0
560	496,2	4083,7	1593	1358,8	10727,2	2626	971,6	8923,0	3659	1518,8	13577,9	4692	1204,5	11482,9
561	495,1	4072,6	1594	1356,9	10689,7	2627	986,2	9039,0	3660	1547,7	13861,7	4693	1192,8	11405,9
562	495,7	4083,0	1595	1360,0	10718,6	2628	990,1	9041,3	3661	1552,5	13907,3	4694	1193,9	11410,2
563	496,0	4087,8	1596	1362,8	10831,7	2629	987,8	9062,8	3662	1549,5	13951,0	4695	1140,7	10990,6
564	501,0	4138,7	1597	1350,9	10845,5	2630	975,9	8980,0	3663	1549,4	13971,6	4696	1123,5	10817,7
565	503,2	4157,3	1598	1342,8	10878,4	2631	984,8	9054,9	3664	1546,2	13918,2	4697	1123,8	10854,7
566	503,9	4151,8	1599	1335,2	10789,0	2632	997,5	9183,2	3665	1553,1	14000,4	4698	1162,4	11176,8
567	503,1	4160,8	1600	1354,6	11014,7	2633	998,5	9196,6	3666	1534,1	13851,1	4699	1177,6	11320,7
568	502,2	4172,6	1601	1332,0	10886,1	2634	988,6	9117,1	3667	1541,6	13943,4	4700	1159,3	11149,8
569	500,7	4157,7	1602	1347,3	10955,4	2635	1010,7	9319,0	3668	1511,0	13717,0	4701	1176,8	11284,5
570	501,9	4168,4	1603	1332,1	10946,8	2636	1011,7	9323,0	3669	1518,1	13785,1	4702	1210,1	11539,3
571	505,2	4201,6	1604	1345,0	11031,6	2637	1010,1	9293,8	3670	1482,7	13473,6	4703	1212,9	11560,0
572	505,6	4200,6	1605	1340,3	11007,2	2638	994,7	9179,5	3671	1459,0	13265,5	4704	1218,9	11613,5
573	506,1	4205,4	1606	1355,6	11026,1	2639	995,7	9200,8	3672	1473,9	13358,3	4705	1204,4	11493,6
574	506,4	4192,6	1607	1364,0	11000,4	2640	981,6	9073,0	3673	1455,3	13212,0	4706	1174,0	11240,3
575	507,0	4198,2	1608	1367,6	11107,2	2641	983,5	9109,9	3674	1465,8	13362,4	4707	1165,2	11139,3
576	505,5	4187,1	1609	1337,8	10913,3	2642	975,3	9011,5	3675	1472,2	13463,3	4708	1198,6	11414,9
577	507,2	4197,8	1610	1339,5	10853,5	2643	985,8	9079,0	3676	1433,1	13181,9	4709	1185,9	11295,8
578	509,2	4208,2	1611	1333,3	10837,0	2644	976,2	8989,1	3677	1467,7	13468,8	4710	1154,2	10992,1
579	506,1	4195,4	1612	1344,2	10887,4	2645	974,5	8985,4	3678	1476,7	13504,3	4711	1162,3	11061,1
580	505,4	4179,1	1613	1338,8	10866,7	2646	982,3	9041,0	3679	1497,5	13657,9	4712	1172,9	11105,9
581	504,9	4207,5	1614	1330,3	10829,3	2647	993,8	9142,8	3680	1453,1	13270,7	4713	1188,7	11246,7
582	505,3	4230,7	1615	1306,7	10654,7	2648	985,7	9070,2	3681	1453,6	13239,5	4714	1209,1	11433,2
583	508,5	4270,1	1616	1284,4	10531,1	2649	1004,4	9216,8	3682	1452,9	13236,5	4715	1216,0	11509,1
584	512,9	4304,0	1617	1304,8	10702,2	2650	1007,8	9223,1	3683	1426,5	13028,9	4716	1204,1	11401,0
585	512,1	4300,2	1618	1281,4	10466,9	2651	1002,2	9156,2	3684	1406,7	12861,5	4717	1202,1	11408,7
586	512,7	4299,8	1619	1301,8	10559,8	2652	988,7	9036,0	3685	1411,3	12845,8	4718	1166,8	11124,8
587	513,6	4314,7	1620	1294,3	10596,3	2653	998,1	9119,6	3686	1445,9	13079,1	4719	1129,6	10733,8
588	514,7	4321,3	1621	1294,8	10577,9	2654	1003,9	9177,2	3687	1445,6	13121,4	4720	1136,4	10771,5
589	514,3	4316,1	1622	1299,5	10663,7	2655	1000,4	9129,0	3688	1447,1	13090,9	4721	1163,0	11043,9
590	514,9	4328,9	1623	1327,8	10799,8	2656	994,0	9094,6	3689	1464,1	13236,1	4722	1175,4	11190,7
591	520,5	4373,1	1624	1334,5	10909,4	2657	981,7	9050,8	3690	1462,5	13235,9	4723	1151,1	11010,9
592	520,5	4359,7	1625	1317,3	10765,7	2658	993,3	9188,2	3691	1479,4	13378,9	4724	1160,4	11154,0
593	520,1	4343,4	1626	1318,6	10690,3	2659	978,8	9096,7	3692	1466,8	13322,1	4725	1131,4	10913,4
594	524,0	4383,9	1627	1302,8	10621,3	2660	988,1	9158,5	3693	1432,4	13041,9	4726	1099,2	10655,3
595	523,6	4390,8	1628	1293,6	10490,5	2661	988,6	9194,2	3694	1463,8	13289,3	4727	1124,0	10808,7
596	524,4	4404,6	1629	1294,0	10563,3	2662	981,6	9112,5	3695	1457,6	13238,7	4728	1144,0	10940,0
597	524,4	4411,2	1630	1301,2	10595,0	2663	998,7	9284,6	3696	1474,0	13357,7	4729	1165,0	11123,3
598	525,6	4430,6	1631	1330,4	10785,0	2664	996,5	9266,5	3697	1489,4	13448,9	4730	1155,5	11103,1
599	527,7	4437,5	1632	1339,9	10841,6	2665	989,3	9204,5	3698	1472,3	13305,5	4731	1194,9	11433,2
600	528,2	4435,1	1633	1342,8	10855,6	2666	987,5	9200,1	3699	1478,6	13363,4	4732	1195,5	11416,3
601	527,1	4422,6	1634	1349,0	10816,0	2667	990,3	9233,8	3700	1453,6	13113,4	4733	1207,3	11518,9
602	519,6	4340,6	1635	1335,9	10721,6	2668	980,2	9154,0	3701	1451,7	13127,9	4734	1203,7	11478,1
603	519,2	4341,3	1636	1333,1	10666,9	2669	982,8	9186,0	3702	1471,5	13308,4	4735	1224,6	11644,5
604	523,7	4395,6	1637	1315,8	10534,8	2670	965,5	9036,3	3703	1471,6	13291,7	4736	1200,9	11397,0
605	528,6	4436,4	1638	1315,3	10552,6	2671	967,1	9061,7	3704	1484,0	13424,9	4737	1225,4	11577,1
606	528,6	4438,2	1639	1331,4	10655,2	2672	974,1	9126,5	3705	1484,3	13442,5	4738	1209,9	11504,6
607	528,6	4412,2	1640	1351,5	10815,4	2673	977,6	9191,1	3706	1476,7	13403,4	4739	1215,4	11541,8
608	523,7	4369,0	1641	1372,7	10970,8	2674	980,6	9217,4	3707	1519,8	13739,4	4740	1238,3	11808,8
609	523,6	4378,7	1642	1381,0	11066,4	2675	990,4	9310,1	3708	1529,0	13815,6	4741	1254,2	11913,6
610	533,4	4465,1	1643	1391,2	11139,3	2676	984,0	9271,8	3709	1518,8	13766,7	4742	1229,1	11706,6
611	533,5	4472,8	1644	1388,1	11135,1	2677	990,5	9310,6	3710	1525,8	13820,2	4743	1242,0	11869,0
612	532,5	4444,4	1645	1395,9	11187,4	2678	990,7	9321,7	3711	1517,7	13759,1	4744	1284,6	12208,6

613	535,6	4476,6	1646	1394,4	11126,9	2679	999,7	9412,5	3712	1517,2	13778,7	4745	1285,1	12231,1
614	535,6	4485,2	1647	1403,3	11193,7	2680	1002,4	9428,9	3713	1525,4	13878,2	4746	1253,3	11955,0
615	533,1	4462,0	1648	1399,1	11201,0	2681	1000,3	9397,5	3714	1531,4	13912,9	4747	1218,3	11658,0
616	532,4	4458,6	1649	1393,6	11175,0	2682	1003,3	9423,7	3715	1526,8	13895,6	4748	1237,9	11836,0
617	527,9	4424,0	1650	1398,2	11148,1	2683	993,1	9348,9	3716	1547,0	14087,6	4749	1261,2	12044,5
618	530,9	4446,5	1651	1409,6	11186,4	2684	993,7	9317,6	3717	1546,6	14047,3	4750	1253,2	11983,2
619	536,1	4484,5	1652	1418,8	11209,9	2685	996,7	9340,5	3718	1539,6	13968,1	4751	1261,1	12068,4
620	536,5	4491,1	1653	1407,7	11187,7	2686	996,8	9333,8	3719	1542,8	13974,3	4752	1275,9	12170,2
621	537,1	4496,3	1654	1377,1	10996,1	2687	1002,8	9374,2	3720	1557,6	14066,0	4753	1229,1	11780,9
622	539,8	4510,8	1655	1379,3	11002,8	2688	1008,0	9415,8	3721	1552,6	14043,7	4754	1239,7	11893,8
623	545,2	4553,7	1656	1361,0	10969,2	2689	1022,0	9523,3	3722	1565,2	14164,5	4755	1263,9	12153,7
624	545,0	4550,6	1657	1356,9	10911,0	2690	1026,3	9568,5	3723	1562,5	14078,7	4756	1251,8	12079,0
625	544,0	4547,1	1658	1347,8	10863,2	2691	1028,0	9587,9	3724	1554,4	14015,1	4757	1257,8	12096,2
626	551,1	4589,6	1659	1362,8	10979,0	2692	1021,4	9503,3	3725	1561,8	14093,1	4758	1236,9	11905,6
627	549,7	4585,8	1660	1365,4	10972,1	2693	1031,6	9586,3	3726	1548,7	13984,8	4759	1216,1	11770,7
628	544,1	4551,3	1661	1341,0	10791,3	2694	1023,2	9507,2	3727	1538,5	13912,9	4760	1215,7	11796,2
629	542,4	4542,6	1662	1328,7	10655,2	2695	1010,9	9420,5	3728	1541,2	13892,5	4761	1193,0	11547,3
630	544,7	4556,8	1663	1328,1	10646,0	2696	1016,4	9459,8	3729	1540,1	13889,0	4762	1188,0	11493,7
631	543,9	4550,6	1664	1322,2	10677,3	2697	1018,6	9471,6	3730	1500,6	13522,0	4763	1161,8	11257,6
632	544,8	4556,1	1665	1305,3	10674,8	2698	1014,8	9448,8	3731	1506,3	13567,0	4764	1158,7	11231,8
633	547,1	4585,1	1666	1313,7	10793,8	2699	1029,3	9567,3	3732	1519,6	13676,2	4765	1192,6	11523,0
634	547,3	4615,2	1667	1300,3	10714,0	2700	1026,0	9545,7	3733	1515,9	13675,3	4766	1195,2	11555,6
635	554,0	4664,0	1668	1297,8	10707,7	2701	1039,6	9659,1	3734	1514,4	13671,9	4767	1247,0	12045,7
636	556,4	4702,7	1669	1281,4	10655,2	2702	1036,3	9644,8	3735	1535,3	13806,7	4768	1244,6	12020,0
637	557,2	4702,4	1670	1301,9	10787,8	2703	1022,8	9535,4	3736	1541,0	13870,3	4769	1244,3	12019,4
638	554,8	4680,6	1671	1298,2	10789,4	2704	1029,0	9576,0	3737	1531,0	13792,5	4770	1257,1	12097,8
639	560,9	4727,3	1672	1327,7	10973,7	2705	1009,4	9425,5	3738	1549,4	13930,0	4771	1258,5	12150,1
640	561,0	4727,5	1673	1330,8	11046,8	2706	1003,3	9344,0	3739	1508,4	13567,9	4772	1261,0	12196,4
641	559,9	4708,8	1674	1344,2	11117,1	2707	996,9	9313,1	3740	1509,7	13595,1	4773	1234,4	11997,7
642	562,7	4736,3	1675	1332,8	10991,4	2708	1006,6	9380,2	3741	1502,2	13543,4	4774	1255,2	12184,3
643	558,5	4686,3	1676	1323,6	10963,8	2709	996,0	9275,1	3742	1520,3	13660,9	4775	1236,5	12021,4
644	551,0	4628,9	1677	1336,6	11100,6	2710	1018,2	9469,2	3743	1475,6	13300,0	4776	1225,7	11954,9
645	553,5	4641,6	1678	1360,2	11299,8	2711	1020,2	9487,8	3744	1474,8	13266,3	4777	1211,8	11823,5
646	553,6	4641,6	1679	1363,5	11283,3	2712	1029,9	9572,3	3745	1453,7	13042,7	4778	1215,8	11868,8
647	556,6	4668,7	1680	1381,8	11326,0	2713	1034,4	9595,0	3746	1439,2	12987,6	4779	1219,7	11866,4
648	561,1	4714,5	1681	1362,0	11198,5	2714	1039,3	9654,6	3747	1481,1	13307,1	4780	1205,4	11766,3
649	561,6	4707,1	1682	1348,3	11090,2	2715	1033,8	9630,9	3748	1470,6	13231,0	4781	1241,3	12103,6
650	565,2	4732,8	1683	1324,0	10914,1	2716	1038,7	9680,0	3749	1451,2	13110,1	4782	1243,7	12107,7
651	562,9	4715,5	1684	1320,4	10829,3	2717	1038,1	9674,7	3750	1458,7	13176,8	4783	1254,0	12169,7
652	562,1	4708,5	1685	1331,1	10937,9	2718	1045,4	9764,4	3751	1433,3	12958,4	4784	1265,3	12294,0
653	559,6	4700,4	1686	1319,1	10843,2	2719	1049,5	9813,0	3752	1439,7	13010,1	4785	1265,4	12291,4
654	558,8	4690,2	1687	1357,2	11078,5	2720	1046,8	9803,1	3753	1416,8	12799,0	4786	1249,6	12151,4
655	558,8	4701,4	1688	1350,5	11034,1	2721	1050,1	9791,7	3754	1440,7	12980,9	4787	1263,0	12287,0
656	558,9	4683,5	1689	1344,2	11036,4	2722	1039,3	9721,8	3755	1407,2	12743,4	4788	1257,6	12217,6
657	560,0	4693,3	1690	1347,7	11079,4	2723	1044,7	9777,9	3756	1428,2	12958,4	4789	1277,1	12397,4
658	560,4	4693,3	1691	1351,7	11028,4	2724	1046,0	9747,6	3757	1469,0	13289,5	4790	1277,3	12418,4
659	559,7	4671,5	1692	1344,1	11030,3	2725	1030,4	9598,2	3758	1469,7	13311,7	4791	1281,1	12415,7
660	557,5	4643,7	1693	1336,3	10910,3	2726	1033,8	9613,1	3759	1481,1	13371,7	4792	1277,8	12359,9
661	555,1	4618,3	1694	1318,0	10801,4	2727	1028,9	9582,5	3760	1472,4	13314,6	4793	1280,7	12392,7
662	559,7	4659,9	1695	1318,5	10737,5	2728	1031,1	9608,2	3761	1462,8	13248,7	4794	1292,1	12462,5
663	558,6	4640,8	1696	1335,4	10803,6	2729	1046,8	9748,3	3762	1485,0	13445,0	4795	1292,5	12449,5
664	560,0	4639,1	1697	1335,5	10823,9	2730	1048,1	9774,5	3763	1507,3	13619,9	4796	1295,5	12471,0
665	559,0	4630,6	1698	1307,6	10598,5	2731	1046,9	9786,6	3764	1504,7	13625,6	4797	1289,1	12422,1
666	559,2	4617,6	1699	1310,5	10524,1	2732	1050,7	9801,1	3765	1516,0	13727,0	4798	1293,7	12482,1
667	558,1	4614,8	1700	1280,4	10318,6	2733	1059,0	9858,5	3766	1477,7	13432,8	4799	1308,0	12579,0
668	559,5	4620,4	1701	1277,4	10279,3	2734	1053,3	9838,8	3767	1486,6	13473,9	4800	1314,5	12624,0
669	557,1	4584,9	1702	1283,3	10303,4	2735	1051,8	9820,8	3768	1488,4	13518,0	4801	1315,4	12720,5
670	557,5	4580,6	1703	1282,2	10275,5	2736	1058,1	9857,0	3769	1468,0	13339,9	4802	1316,0	12708,8
671	560,1	4601,4	1704	1268,4	10213,5	2737	1053,2	9809,8	3770	1445,9	13167,2	4803	1314,7	12675,8
672	559,1	4594,0	1705	1282,7	10337,0	2738	1047,1	9756,5	3771	1455,0	13232,5	4804	1326,1	12757,0
673	560,0	4608,4	1706	1282,8	10273,0	2739	1046,6	9737,8	3772	1453,0	13207,3	4805	1318,4	12734,6
674	560,9	4604,6	1707	1304,6	10401,2	2740	1058,6	9848,8	3773	1460,1	13245,6	4806	1316,3	12660,5

675	561,9	4610,6	1708	1301,4	10400,6	2741	1058,4	9837,9	3774	1484,5	13450,7	4807	1313,0	12653,7
676	563,8	4647,5	1709	1325,4	10588,4	2742	1050,4	9768,7	3775	1496,5	13549,3	4808	1312,4	12632,9
677	569,2	4670,1	1710	1317,6	10537,1	2743	1043,6	9710,8	3776	1497,7	13551,7	4809	1324,1	12716,5
678	570,2	4683,8	1711	1336,0	10649,8	2744	1034,2	9624,2	3777	1476,4	13359,6	4810	1325,5	12705,4
679	570,3	4669,7	1712	1335,2	10648,2	2745	1042,4	9690,5	3778	1478,5	13365,9	4811	1344,9	12862,2
680	572,7	4700,7	1713	1313,0	10417,1	2746	1033,7	9619,4	3779	1468,4	13264,8	4812	1344,3	12845,1
681	573,9	4704,9	1714	1285,6	10232,2	2747	1035,3	9628,5	3780	1447,2	13044,0	4813	1347,1	12878,2
682	576,5	4747,2	1715	1283,4	10286,6	2748	1052,1	9747,8	3781	1447,2	13056,7	4814	1350,0	12884,0
683	578,8	4765,5	1716	1247,4	10019,7	2749	1053,9	9763,9	3782	1411,6	12800,2	4815	1352,0	12890,5
684	583,6	4801,8	1717	1254,1	10116,3	2750	1058,5	9779,6	3783	1416,2	12827,5	4816	1342,6	12801,2
685	583,4	4797,6	1718	1261,3	10204,9	2751	1058,2	9782,5	3784	1390,2	12589,1	4817	1351,8	12874,0
686	582,8	4780,4	1719	1289,4	10392,4	2752	1070,1	9899,1	3785	1409,1	12735,3	4818	1350,5	12878,3
687	584,2	4767,0	1720	1283,6	10297,7	2753	1066,6	9853,6	3786	1420,3	12853,1	4819	1343,2	12781,0
688	586,8	4792,7	1721	1301,7	10470,3	2754	1064,7	9873,4	3787	1401,0	12606,3	4820	1358,0	12904,1
689	583,0	4767,4	1722	1293,6	10349,9	2755	1069,7	9930,8	3788	1416,3	12778,2	4821	1361,2	12949,9
690	581,7	4764,2	1723	1281,9	10302,1	2756	1061,5	9862,7	3789	1381,0	12501,1	4822	1362,2	12965,7
691	581,8	4769,9	1724	1296,7	10394,9	2757	1069,3	9965,3	3790	1373,2	12466,2	4823	1357,7	12938,7
692	581,4	4765,6	1725	1342,4	10622,5	2758	1060,2	9923,4	3791	1333,3	12159,2	4824	1363,5	12984,7
693	581,0	4762,3	1726	1362,9	10729,9	2759	1059,1	9921,9	3792	1325,2	12099,3	4825	1365,7	12983,0
694	585,9	4787,6	1727	1354,1	10648,5	2760	1071,2	10008,2	3793	1310,5	11971,2	4826	1367,6	12981,5
695	584,4	4789,1	1728	1347,7	10581,8	2761	1074,1	10042,2	3794	1338,6	12270,2	4827	1372,2	13005,1
696	581,7	4761,3	1729	1354,9	10609,1	2762	1068,0	10022,8	3795	1352,1	12378,6	4828	1365,7	12952,1
697	582,3	4749,7	1730	1362,6	10639,7	2763	1075,1	10129,6	3796	1330,6	12207,2	4829	1374,1	12980,3
698	581,5	4740,7	1731	1370,2	10704,5	2764	1076,5	10145,3	3797	1354,0	12383,9	4830	1369,6	12977,6
699	582,6	4762,7	1732	1377,0	10718,9	2765	1089,2	10248,1	3798	1362,3	12480,3	4831	1364,3	12962,8
700	582,5	4769,2	1733	1365,3	10617,3	2766	1088,7	10278,2	3799	1355,8	12442,8	4832	1343,4	12759,2
701	578,4	4726,2	1734	1373,5	10597,8	2767	1092,9	10338,0	3800	1378,6	12650,4	4833	1352,6	12837,3
702	577,5	4720,8	1735	1381,5	10595,3	2768	1096,0	10341,3	3801	1395,4	12743,2	4834	1365,9	12907,9
703	579,5	4735,3	1736	1396,1	10769,3	2769	1094,0	10305,2	3802	1380,8	12635,2	4835	1370,9	12922,0
704	583,1	4764,9	1737	1394,4	10760,8	2770	1095,9	10324,7	3803	1336,6	12265,1	4836	1371,1	12959,7
705	584,5	4793,8	1738	1420,1	10932,3	2771	1109,5	10450,0	3804	1326,5	12200,1	4837	1396,0	13177,7
706	583,0	4784,4	1739	1410,7	10883,1	2772	1109,6	10425,0	3805	1336,9	12247,0	4838	1394,3	13194,1
707	586,8	4795,9	1740	1424,9	11035,7	2773	1111,9	10453,9	3806	1331,3	12182,1	4839	1402,6	13252,8
708	587,4	4777,5	1741	1422,0	11003,9	2774	1108,5	10409,9	3807	1339,1	12240,0	4840	1404,2	13232,6
709	590,7	4802,5	1742	1420,9	11089,5	2775	1122,2	10544,1	3808	1348,9	12373,4	4841	1409,8	13239,1
710	587,5	4794,9	1743	1404,6	10995,6	2776	1123,7	10538,7	3809	1367,2	12552,2	4842	1405,5	13170,2
711	585,1	4755,5	1744	1417,1	11008,2	2777	1126,3	10529,0	3810	1348,9	12377,0	4843	1402,9	13124,6
712	586,5	4783,7	1745	1416,6	10988,9	2778	1131,9	10592,4	3811	1350,0	12348,2	4844	1392,8	13046,1
713	582,5	4753,7	1746	1407,8	10947,9	2779	1121,9	10458,9	3812	1348,8	12337,2	4845	1397,1	13080,7
714	576,7	4703,8	1747	1388,9	10877,8	2780	1127,2	10485,2	3813	1360,0	12427,3	4846	1416,5	13241,6
715	579,7	4741,8	1748	1397,7	10998,4	2781	1121,2	10427,2	3814	1342,5	12284,3	4847	1412,5	13197,7
716	583,3	4756,6	1749	1409,0	11039,1	2782	1130,5	10538,4	3815	1353,1	12381,0	4848	1405,5	13126,2
717	581,5	4755,5	1750	1433,3	11286,2	2783	1132,1	10553,9	3816	1371,8	12570,2	4849	1403,3	13145,8
718	584,2	4766,7	1751	1423,3	11225,0	2784	1139,8	10600,5	3817	1381,3	12684,9	4850	1408,5	13212,0
719	589,7	4808,6	1752	1409,2	11106,7	2785	1138,8	10528,7	3818	1380,0	12694,3	4851	1419,0	13264,5
720	590,6	4825,6	1753	1403,9	11068,1	2786	1147,6	10623,6	3819	1367,7	12582,2	4852	1413,4	13199,6
721	588,5	4814,0	1754	1408,1	11134,8	2787	1143,9	10623,2	3820	1330,6	12266,4	4853	1399,0	13074,8
722	586,3	4797,0	1755	1417,0	11224,7	2788	1141,6	10568,3	3821	1331,3	12258,9	4854	1398,1	13060,1
723	591,7	4852,7	1756	1415,2	11192,6	2789	1155,4	10702,5	3822	1326,8	12213,8	4855	1382,2	12929,6
724	593,3	4864,2	1757	1403,2	11160,2	2790	1144,1	10609,9	3823	1333,7	12255,0	4856	1358,6	12715,9
725	592,7	4870,4	1758	1413,3	11225,3	2791	1128,5	10468,4	3824	1304,3	12040,4	4857	1368,7	12805,4
726	592,3	4872,9	1759	1418,8	11244,9	2792	1134,1	10510,3	3825	1293,4	11893,7	4858	1387,6	12986,6
727	589,3	4871,8	1760	1421,0	11257,4	2793	1131,1	10488,1	3826	1273,4	11740,2	4859	1370,3	12849,6
728	594,0	4922,8	1761	1418,1	11144,3	2794	1135,3	10499,2	3827	1320,7	12156,8	4860	1369,6	12921,4
729	597,3	4969,4	1762	1433,4	11200,6	2795	1136,0	10505,2	3828	1308,8	12110,2	4861	1390,8	13115,5
730	600,1	4990,0	1763	1436,1	11203,6	2796	1126,5	10470,7	3829	1315,5	12145,7	4862	1385,1	13032,8
731	596,9	4983,1	1764	1458,3	11405,8	2797	1128,6	10495,6	3830	1288,1	11951,1	4863	1376,9	12964,1
732	600,2	5023,6	1765	1457,1	11391,1	2798	1142,8	10593,0	3831	1276,6	11972,3	4864	1378,5	13029,3
733	598,4	5041,6	1766	1457,7	11476,7	2799	1139,8	10579,0	3832	1330,7	12392,7	4865	1366,9	12927,2
734	600,0	5048,8	1767	1463,5	11484,7	2800	1145,5	10613,9	3833	1298,4	12099,7	4866	1372,0	13001,6
735	601,3	5070,9	1768	1464,5	11452,9	2801	1157,8	10737,7	3834	1329,5	12361,3	4867	1390,7	13090,7
736	606,5	5078,1	1769	1469,3	11497,1	2802	1152,1	10694,1	3835	1349,9	12548,6	4868	1400,0	13204,6

737	607,6	5105,6	1770	1455,2	11357,5	2803	1145,8	10627,9	3836	1353,0	12532,6	4869	1403,4	13228,3
738	605,4	5074,5	1771	1399,4	10997,9	2804	1157,0	10714,9	3837	1341,1	12422,9	4870	1397,9	13213,6
739	607,0	5087,1	1772	1402,1	11122,7	2805	1151,8	10672,0	3838	1325,8	12302,5	4871	1405,8	13279,3
740	613,7	5139,5	1773	1403,5	11253,3	2806	1147,1	10664,7	3839	1315,2	12216,4	4872	1402,3	13268,6
741	617,7	5177,5	1774	1441,5	11522,6	2807	1144,1	10619,0	3840	1322,7	12262,9	4873	1391,6	13206,6
742	620,2	5199,1	1775	1457,6	11572,2	2808	1141,0	10609,6	3841	1370,2	12654,4	4874	1369,1	13038,3
743	616,2	5159,4	1776	1438,6	11511,1	2809	1139,1	10566,4	3842	1367,5	12605,8	4875	1369,6	13008,5
744	617,5	5156,9	1777	1432,3	11551,1	2810	1143,7	10601,6	3843	1369,3	12626,0	4876	1363,7	12932,1
745	619,5	5184,3	1778	1449,7	11582,4	2811	1144,9	10580,1	3844	1370,4	12609,4	4877	1354,6	12835,1
746	618,8	5174,9	1779	1465,2	11723,0	2812	1144,9	10583,9	3845	1372,5	12612,4	4878	1358,0	12855,0
747	621,7	5216,5	1780	1455,1	11560,7	2813	1156,0	10678,1	3846	1365,5	12576,4	4879	1353,4	12820,6
748	616,9	5182,2	1781	1455,9	11489,4	2814	1149,1	10591,5	3847	1354,5	12527,3	4880	1338,4	12695,4
749	616,3	5176,7	1782	1445,6	11351,3	2815	1151,0	10593,1	3848	1360,6	12582,0	4881	1330,7	12632,0
750	606,8	5075,2	1783	1441,4	11251,7	2816	1154,9	10588,0	3849	1332,8	12325,4	4882	1324,8	12598,6
751	611,9	5109,9	1784	1401,5	11008,2	2817	1156,9	10595,6	3850	1328,3	12302,1	4883	1304,9	12442,5
752	605,9	5059,3	1785	1410,0	11029,9	2818	1147,2	10529,5	3851	1334,4	12362,5	4884	1295,2	12369,4
753	610,5	5096,5	1786	1404,1	11033,0	2819	1140,6	10457,0	3852	1364,7	12619,3	4885	1316,0	12504,5
754	612,0	5098,0	1787	1398,6	11028,0	2820	1123,9	10296,9	3853	1365,6	12620,5	4886	1316,6	12502,8
755	614,3	5110,3	1788	1360,2	10738,9	2821	1106,8	10128,4	3854	1390,3	12849,4	4887	1318,9	12496,2
756	614,5	5105,9	1789	1394,5	10940,5	2822	1120,6	10240,1	3855	1388,2	12825,0	4888	1320,7	12529,8
757	614,1	5095,8	1790	1409,3	11041,1	2823	1104,5	10102,9	3856	1375,9	12720,2	4889	1317,8	12454,8
758	615,9	5117,1	1791	1409,1	11003,2	2824	1110,7	10184,7	3857	1379,9	12763,2	4890	1332,4	12580,7
759	620,7	5177,5	1792	1425,0	11013,5	2825	1123,8	10300,3	3858	1388,8	12849,0	4891	1313,3	12419,9
760	621,3	5194,1	1793	1424,4	10963,8	2826	1122,3	10295,8	3859	1397,8	12891,9	4892	1310,3	12393,5
761	617,7	5173,8	1794	1424,2	10905,8	2827	1109,8	10186,6	3860	1396,4	12871,8	4893	1278,0	12118,6
762	616,7	5181,4	1795	1441,7	10957,6	2828	1095,4	10064,8	3861	1390,9	12831,9	4894	1278,2	12101,5
763	618,5	5197,7	1796	1411,7	10699,2	2829	1094,0	10063,6	3862	1385,6	12820,1	4895	1285,5	12128,0
764	609,5	5130,1	1797	1416,8	10643,6	2830	1091,3	10048,2	3863	1409,3	13010,0	4896	1315,1	12414,8
765	598,5	5032,9	1798	1387,1	10425,2	2831	1109,2	10218,8	3864	1413,9	13058,2	4897	1315,0	12461,0
766	602,7	5065,1	1799	1389,9	10519,9	2832	1108,1	10213,0	3865	1407,5	12969,5	4898	1325,7	12554,2
767	601,8	5061,1	1800	1402,1	10718,1	2833	1122,5	10329,6	3866	1418,3	13020,8	4899	1308,9	12411,2
768	599,8	5043,8	1801	1387,7	10561,4	2834	1127,0	10381,7	3867	1392,6	12814,4	4900	1324,2	12573,8
769	608,4	5088,2	1802	1388,3	10514,6	2835	1126,2	10357,7	3868	1397,7	12866,8	4901	1314,9	12496,4
770	606,4	5066,9	1803	1346,1	10219,5	2836	1132,2	10373,3	3869	1388,3	12745,9	4902	1329,1	12651,9
771	608,2	5124,3	1804	1352,2	10304,9	2837	1141,8	10470,6	3870	1403,6	12876,3	4903	1342,8	12767,2
772	611,8	5184,7	1805	1360,7	10225,7	2838	1150,6	10558,4	3871	1403,0	12832,2	4904	1344,8	12741,8
773	613,4	5219,4	1806	1353,4	10092,6	2839	1148,2	10570,8	3872	1408,7	12898,4	4905	1358,0	12837,3
774	612,8	5192,3	1807	1333,4	9862,1	2840	1140,5	10480,2	3873	1423,6	12992,7	4906	1355,7	12824,4
775	620,0	5242,8	1808	1348,1	10038,7	2841	1139,3	10442,0	3874	1425,4	12986,8	4907	1325,5	12573,6
776	617,0	5216,8	1809	1366,4	10128,3	2842	1145,2	10515,6	3875	1426,6	13028,2	4908	1335,0	12640,8
777	621,6	5271,7	1810	1379,2	10137,9	2843	1129,4	10381,3	3876	1413,4	12828,7	4909	1313,7	12502,7
778	624,2	5305,0	1811	1381,8	10164,9	2844	1128,2	10378,0	3877	1390,7	12601,2	4910	1320,0	12534,7
779	630,2	5381,2	1812	1409,2	10367,2	2845	1128,8	10397,5	3878	1394,4	12625,6	4911	1331,9	12627,0
780	636,0	5395,3	1813	1391,3	10170,5	2846	1134,6	10452,0	3879	1375,9	12479,6	4912	1329,0	12602,3
781	638,5	5405,1	1814	1355,6	9796,0	2847	1135,8	10437,9	3880	1385,4	12548,4	4913	1362,2	12880,1
782	635,8	5374,0	1815	1366,7	9856,5	2848	1118,2	10314,5	3881	1390,8	12594,0	4914	1365,5	12871,4
783	641,4	5407,6	1816	1401,7	10010,7	2849	1124,1	10317,3	3882	1398,3	12646,2	4915	1374,0	12943,8
784	646,3	5459,6	1817	1395,1	9928,8	2850	1139,9	10461,2	3883	1400,4	12638,3	4916	1367,6	12896,7
785	649,9	5492,1	1818	1383,6	9947,1	2851	1140,6	10472,8	3884	1385,7	12503,8	4917	1354,7	12772,5
786	656,1	5539,5	1819	1359,2	9811,2	2852	1135,5	10444,7	3885	1377,7	12402,9	4918	1352,5	12736,3
787	656,4	5541,6	1820	1392,2	10131,4	2853	1138,1	10478,2	3886	1377,2	12390,5	4919	1341,5	12653,1
788	661,5	5600,1	1821	1458,5	10630,6	2854	1122,4	10342,6	3887	1404,1	12604,5	4920	1341,5	12604,5
789	660,5	5601,2	1822	1464,5	10595,2	2855	1113,9	10272,3	3888	1360,7	12209,8	4921	1334,8	12573,3
790	655,6	5579,6	1823	1456,6	10680,3	2856	1107,3	10225,6	3889	1361,8	12280,3	4922	1356,8	12777,1
791	651,3	5551,4	1824	1493,9	10907,4	2857	1117,5	10314,0	3890	1358,4	12289,8	4923	1353,6	12727,2
792	648,0	5503,3	1825	1500,6	10866,7	2858	1119,6	10317,2	3891	1335,5	12083,8	4924	1363,7	12805,5
793	640,7	5458,5	1826	1527,4	11119,9	2859	1121,5	10311,0	3892	1339,9	12141,6	4925	1372,8	12908,7
794	648,1	5516,0	1827	1527,5	11112,7	2860	1114,0	10241,3	3893	1360,0	12307,4	4926	1376,5	12943,4
795	658,9	5608,5	1828	1523,9	11025,9	2861	1098,7	10117,3	3894	1360,1	12269,1	4927	1362,7	12822,6
796	659,1	5630,5	1829	1507,7	10936,1	2862	1087,1	9990,0	3895	1350,9	12160,3	4928	1350,5	12721,5
797	650,5	5565,1	1830	1508,5	11018,7	2863	1095,5	10019,5	3896	1337,8	12029,1	4929	1338,3	12617,3
798	647,2	5549,2	1831	1487,9	10980,3	2864	1097,3	10045,2	3897	1342,8	12063,1	4930	1337,9	12676,1

799	644,8	5506,2	1832	1498,6	10921,9	2865	1096,4	10010,7	3898	1317,9	11842,7	4931	1360,0	12887,9
800	640,4	5485,6	1833	1506,0	11221,9	2866	1095,7	10012,9	3899	1318,0	11842,4	4932	1386,0	13075,7
801	644,4	5536,6	1834	1494,7	11164,9	2867	1084,1	9906,9	3900	1314,3	11807,4	4933	1385,3	13073,0
802	650,8	5600,1	1835	1487,4	11033,9	2868	1091,5	9968,5	3901	1322,0	11811,8	4934	1379,3	13008,7
803	655,8	5642,4	1836	1501,3	11114,3	2869	1088,7	9937,7	3902	1283,2	11453,4	4935	1375,1	12971,1
804	652,0	5629,8	1837	1516,4	11111,5	2870	1089,2	9937,6	3903	1278,4	11346,5	4936	1365,0	12878,9
805	653,7	5641,7	1838	1504,5	11186,6	2871	1093,6	9966,7	3904	1280,0	11350,0	4937	1391,0	13096,2
806	633,5	5470,5	1839	1500,6	11287,1	2872	1095,4	9958,4	3905	1284,9	11382,3	4938	1394,2	13117,5
807	640,0	5581,0	1840	1467,2	11125,1	2873	1113,1	10117,6	3906	1261,5	11215,5	4939	1401,4	13168,6
808	637,1	5583,9	1841	1440,5	10923,6	2874	1114,9	10109,9	3907	1262,9	11288,5	4940	1402,2	13175,6
809	638,6	5568,7	1842	1356,6	10305,8	2875	1121,3	10205,2	3908	1252,3	11232,0	4941	1402,8	13165,2
810	640,9	5586,1	1843	1401,4	10582,5	2876	1120,7	10188,5	3909	1273,7	11384,2	4942	1405,9	13208,0
811	641,4	5585,0	1844	1441,6	10767,4	2877	1121,2	10202,7	3910	1244,7	11147,4	4943	1404,1	13169,4
812	652,7	5683,6	1845	1427,5	10675,0	2878	1125,0	10263,0	3911	1253,4	11229,0	4944	1403,9	13172,1
813	651,7	5669,5	1846	1434,5	10844,1	2879	1116,6	10195,9	3912	1239,5	11100,5	4945	1405,5	13164,8
814	650,0	5655,4	1847	1429,9	10906,1	2880	1122,5	10242,8	3913	1228,3	11055,2	4946	1415,5	13250,1
815	649,2	5626,9	1848	1477,4	11124,8	2881	1140,4	10391,1	3914	1214,9	10962,5	4947	1418,2	13275,2
816	650,6	5636,6	1849	1461,0	10945,5	2882	1142,2	10432,5	3915	1245,4	11239,3	4948	1418,1	13271,6
817	650,0	5643,9	1850	1464,9	10888,1	2883	1131,3	10368,4	3916	1260,3	11446,7	4949	1413,2	13203,6
818	653,0	5670,6	1851	1452,4	10733,9	2884	1136,5	10410,1	3917	1260,7	11496,6	4950	1413,5	13172,8
819	648,9	5626,9	1852	1468,3	10811,8	2885	1125,3	10334,7	3918	1260,0	11467,3	4951	1402,1	13057,5
820	648,9	5630,9	1853	1446,3	10731,1	2886	1132,0	10380,4	3919	1277,0	11602,5	4952	1411,1	13158,0
821	645,5	5587,1	1854	1415,1	10480,1	2887	1133,6	10379,6	3920	1282,2	11632,4	4953	1410,4	13124,7
822	653,7	5637,7	1855	1409,6	10412,5	2888	1132,1	10377,5	3921	1252,5	11349,3	4954	1409,3	13103,0
823	655,3	5671,7	1856	1432,6	10577,9	2889	1135,0	10416,4	3922	1257,8	11370,7	4955	1410,5	13107,5
824	655,9	5689,7	1857	1424,2	10603,6	2890	1130,3	10371,5	3923	1234,4	11131,1	4956	1399,5	13000,7
825	655,9	5682,9	1858	1412,1	10536,8	2891	1134,4	10395,1	3924	1263,2	11397,6	4957	1406,6	13090,8
826	644,2	5594,4	1859	1383,1	10367,8	2892	1144,1	10479,6	3925	1284,3	11583,7	4958	1404,9	13035,9
827	642,2	5560,4	1860	1407,8	10546,0	2893	1140,7	10443,8	3926	1267,4	11378,0	4959	1403,4	13047,5
828	633,5	5486,0	1861	1421,0	10609,4	2894	1134,4	10371,8	3927	1260,3	11326,3	4960	1432,1	13292,0
829	631,2	5487,1	1862	1452,4	10807,8	2895	1133,4	10357,1	3928	1249,0	11284,2	4961	1437,9	13306,6
830	636,7	5532,6	1863	1466,0	10934,6	2896	1136,2	10413,4	3929	1284,9	11615,8	4962	1429,1	13254,3
831	642,5	5592,9	1864	1447,8	10769,7	2897	1140,8	10435,5	3930	1289,2	11656,1	4963	1433,6	13323,4
832	645,0	5620,0	1865	1437,2	10777,3	2898	1128,9	10334,2	3931	1266,1	11431,4	4964	1436,6	13333,4
833	641,6	5549,9	1866	1407,0	10626,9	2899	1125,4	10282,8	3932	1296,3	11734,3	4965	1460,0	13539,9
834	643,6	5551,7	1867	1400,7	10542,6	2900	1116,2	10219,3	3933	1305,3	11782,4	4966	1465,8	13593,4
835	645,1	5535,5	1868	1373,9	10422,3	2901	1118,3	10240,3	3934	1289,6	11642,5	4967	1461,2	13553,1
836	647,9	5564,7	1869	1399,1	10535,4	2902	1109,1	10171,6	3935	1285,8	11533,0	4968	1459,3	13564,6
837	651,6	5588,6	1870	1381,5	10323,9	2903	1112,8	10213,2	3936	1292,9	11615,9	4969	1461,1	13578,0
838	650,2	5553,9	1871	1378,0	10299,2	2904	1114,4	10238,2	3937	1298,2	11659,9	4970	1460,3	13596,9
839	652,9	5566,9	1872	1422,5	10527,1	2905	1115,1	10247,6	3938	1278,6	11479,4	4971	1460,2	13579,5
840	653,5	5568,0	1873	1420,6	10522,3	2906	1111,5	10208,8	3939	1266,7	11348,6	4972	1456,9	13558,9
841	654,2	5573,4	1874	1448,8	10652,2	2907	1106,7	10163,2	3940	1274,5	11417,4	4973	1441,6	13457,6
842	654,2	5569,1	1875	1477,3	10794,8	2908	1101,4	10139,8	3941	1277,7	11430,2	4974	1433,3	13413,5
843	654,6	5575,2	1876	1467,6	10815,3	2909	1100,9	10094,1	3942	1292,2	11628,1	4975	1447,2	13486,0
844	643,4	5498,3	1877	1457,8	10735,6	2910	1108,7	10149,1	3943	1266,8	11386,3	4976	1440,7	13437,1
845	641,6	5478,0	1878	1471,4	10812,9	2911	1093,9	10046,1	3944	1271,5	11412,9	4977	1444,5	13515,1
846	640,8	5464,3	1879	1461,7	10668,7	2912	1096,8	10050,3	3945	1281,7	11502,5	4978	1445,8	13482,4
847	638,3	5421,0	1880	1457,0	10614,1	2913	1086,2	9962,2	3946	1300,7	11715,2	4979	1451,0	13494,6
848	644,8	5474,1	1881	1446,0	10564,2	2914	1084,1	9961,9	3947	1282,8	11543,6	4980	1461,4	13575,4
849	645,4	5475,1	1882	1469,4	10621,9	2915	1094,8	10085,1	3948	1277,6	11516,9	4981	1460,9	13610,2
850	652,1	5518,1	1883	1470,5	10688,0	2916	1095,4	10117,1	3949	1275,0	11532,9	4982	1455,9	13583,7
851	661,5	5582,6	1884	1478,7	10714,8	2917	1100,4	10129,2	3950	1236,8	11188,2	4983	1441,5	13473,5
852	665,6	5624,7	1885	1464,5	10449,3	2918	1101,7	10139,7	3951	1242,3	11221,0	4984	1432,6	13345,0
853	665,4	5625,4	1886	1486,0	10557,9	2919	1106,6	10179,2	3952	1267,8	11510,7	4985	1432,8	13326,4
854	664,9	5635,0	1887	1476,0	10435,2	2920	1099,7	10120,2	3953	1224,5	11230,7	4986	1428,6	13328,9
855	668,9	5687,5	1888	1479,1	10497,8	2921	1098,6	10126,5	3954	1232,0	11268,9	4987	1440,1	13424,2
856	673,2	5748,8	1889	1452,2	10376,1	2922	1080,7	9963,0	3955	1249,1	11433,7	4988	1454,9	13551,8
857	672,8	5736,3	1890	1441,5	10404,8	2923	1064,0	9815,3	3956	1251,7	11422,0	4989	1460,9	13557,0
858	678,4	5778,0	1891	1455,3	10543,0	2924	1065,2	9814,7	3957	1192,7	10917,5	4990	1457,3	13548,9
859	676,0	5762,1	1892	1450,6	10504,5	2925	1079,0	9944,7	3958	1213,6	11059,0	4991	1433,2	13343,5
860	678,5	5762,9	1893	1454,8	10527,8	2926	1075,8	9938,3	3959	1156,4	10609,7	4992	1433,8	13345,9

861	672,2	5709,7	1894	1442,4	10398,0	2927	1063,2	9814,6	3960	1206,5	11019,7	4993	1413,1	13102,5
862	667,9	5673,8	1895	1454,6	10447,9	2928	1064,8	9825,4	3961	1255,1	11388,4	4994	1408,8	13077,3
863	671,7	5693,4	1896	1469,5	10560,7	2929	1079,3	9954,6	3962	1207,1	11015,7	4995	1413,0	13103,7
864	669,1	5643,2	1897	1446,2	10483,6	2930	1081,7	9972,8	3963	1188,2	10854,2	4996	1411,9	13107,2
865	667,7	5624,7	1898	1456,7	10481,5	2931	1095,2	10083,2	3964	1185,9	10825,2	4997	1412,2	13096,5
866	672,6	5665,7	1899	1478,9	10636,0	2932	1091,2	10040,8	3965	1209,2	11022,1	4998	1427,6	13232,6
867	678,4	5697,5	1900	1475,6	10646,6	2933	1098,4	10110,1	3966	1213,0	11143,1	4999	1414,2	13093,2
868	673,0	5667,2	1901	1480,9	10727,2	2934	1095,7	10073,1	3967	1106,4	10365,5	5000	1417,3	13112,4
869	673,3	5697,1	1902	1492,9	10783,4	2935	1096,2	10098,6	3968	1166,4	10850,7	5001	1428,4	13245,7
870	672,2	5687,9	1903	1495,8	10788,7	2936	1105,0	10181,7	3969	1161,1	10831,1	5002	1394,5	12932,7
871	671,0	5668,7	1904	1510,0	10812,8	2937	1105,1	10173,4	3970	1114,3	10482,9	5003	1377,5	12811,3
872	669,0	5668,3	1905	1510,5	10804,3	2938	1107,8	10195,0	3971	1099,2	10325,4	5004	1379,9	12815,4
873	667,9	5658,0	1906	1493,7	10739,9	2939	1099,2	10122,5	3972	1056,9	9955,5	5005	1380,0	12815,1
874	665,9	5649,5	1907	1482,0	10696,1	2940	1104,2	10173,9	3973	996,2	9447,1	5006	1374,5	12756,2
875	665,2	5652,8	1908	1495,6	10843,9	2941	1105,9	10168,5	3974	984,9	9258,1	5007	1355,5	12571,0
876	662,1	5628,0	1909	1480,2	10733,6	2942	1118,3	10290,3	3975	909,9	8579,2	5008	1353,3	12542,4
877	662,0	5648,3	1910	1464,3	10685,1	2943	1113,6	10260,2	3976	899,2	8451,2	5009	1359,9	12588,3
878	662,1	5659,4	1911	1474,5	10700,0	2944	1121,3	10342,8	3977	1003,4	9387,6	5010	1386,9	12796,0
879	666,8	5705,2	1912	1452,4	10516,5	2945	1116,3	10313,4	3978	998,0	9311,0	5011	1387,8	12788,5
880	668,9	5717,8	1913	1449,6	10586,1	2946	1118,4	10289,1	3979	907,8	8577,9	5012	1391,0	12836,9
881	668,5	5719,3	1914	1419,9	10511,2	2947	1123,9	10313,1	3980	946,4	8979,3	5013	1409,2	13009,7
882	664,4	5682,7	1915	1430,8	10522,0	2948	1125,8	10314,8	3981	940,6	8852,2	5014	1406,3	12967,4
883	668,6	5677,5	1916	1438,1	10607,0	2949	1128,3	10318,2	3982	985,4	9265,4	5015	1398,9	12878,1
884	670,6	5654,6	1917	1438,7	10687,5	2950	1120,4	10231,4	3983	955,1	9033,7	5016	1409,9	12985,1
885	675,9	5730,0	1918	1452,6	10706,6	2951	1123,5	10244,5	3984	896,8	8519,2	5017	1416,0	13021,8
886	673,6	5720,4	1919	1462,9	10767,8	2952	1128,6	10284,5	3985	908,1	8691,3	5018	1416,2	13025,6
887	672,4	5703,0	1920	1479,3	10867,0	2953	1122,2	10204,9	3986	876,8	8379,0	5019	1409,5	12965,6
888	657,4	5588,1	1921	1482,8	10976,9	2954	1129,3	10244,9	3987	848,9	8175,8	5020	1407,1	12951,8
889	652,5	5550,8	1922	1472,9	10905,8	2955	1113,6	10109,2	3988	940,5	9065,1	5021	1409,3	13034,5
890	654,8	5581,9	1923	1460,3	10908,8	2956	1108,4	10038,9	3989	930,1	8991,0	5022	1413,9	13074,0
891	656,1	5603,7	1924	1471,8	11027,8	2957	1110,1	10047,2	3990	954,1	9180,7	5023	1418,1	13155,1
892	645,7	5520,5	1925	1491,6	11176,1	2958	1103,5	9988,5	3991	968,8	9325,0	5024	1418,6	13169,9
893	646,2	5510,6	1926	1484,4	11067,0	2959	1110,1	10077,4	3992	966,3	9319,8	5025	1427,8	13248,4
894	629,8	5349,5	1927	1479,9	11008,4	2960	1114,8	10136,2	3993	1005,8	9625,3	5026	1428,5	13245,5
895	628,4	5358,8	1928	1496,1	11055,6	2961	1114,6	10080,3	3994	952,8	9139,3	5027	1419,5	13170,7
896	634,1	5376,9	1929	1491,7	11046,5	2962	1131,5	10192,7	3995	904,9	8695,8	5028	1413,6	13135,0
897	643,6	5464,2	1930	1499,5	11079,8	2963	1135,2	10216,5	3996	931,0	8943,8	5029	1430,4	13235,4
898	638,7	5426,8	1931	1498,1	11139,2	2964	1134,5	10177,7	3997	919,2	8870,5	5030	1446,8	13351,0
899	633,8	5390,9	1932	1506,0	11144,7	2965	1142,1	10239,9	3998	899,0	8694,0	5031	1435,8	13252,0
900	626,9	5346,6	1933	1508,3	11182,7	2966	1130,7	10125,4	3999	852,3	8282,7	5032	1443,7	13311,7
901	626,7	5354,7	1934	1506,5	11192,6	2967	1122,1	10055,2	4000	911,3	8835,3	5033	1430,2	13190,8
902	631,2	5422,0	1935	1514,1	11252,8	2968	1124,4	10082,0	4001	873,3	8497,3	5034	1426,7	13139,1
903	635,9	5473,1	1936	1509,8	11215,1	2969	1121,8	10077,2	4002	850,8	8273,6	5035	1419,8	13114,6
904	630,9	5434,6	1937	1502,6	11103,0	2970	1113,7	10002,3	4003	859,1	8424,8	5036	1418,1	13096,3
905	635,3	5481,9	1938	1517,7	11215,1	2971	1103,3	9894,5	4004	806,6	7997,3	5037	1402,4	12938,1
906	640,0	5528,9	1939	1520,8	11238,8	2972	1108,2	9933,4	4005	752,4	7552,3	5038	1426,2	13104,1
907	650,0	5594,8	1940	1507,1	11260,6	2973	1114,0	9956,3	4006	800,0	8046,4	5039	1462,4	13412,6
908	662,5	5679,8	1941	1492,3	11310,6	2974	1103,2	9897,6	4007	851,8	8443,4	5040	1459,4	13391,4
909	660,2	5674,3	1942	1502,5	11259,9	2975	1103,7	9886,9	4008	857,4	8479,5	5041	1466,5	13435,2
910	662,4	5696,1	1943	1494,5	11220,7	2976	1106,5	9865,8	4009	887,7	8726,6	5042	1461,9	13384,3
911	664,2	5718,7	1944	1489,3	11195,5	2977	1095,7	9757,8	4010	896,2	8829,0	5043	1457,2	13328,9
912	662,6	5713,5	1945	1482,0	11233,2	2978	1094,8	9750,0	4011	816,2	8149,1	5044	1461,0	13390,5
913	662,1	5681,3	1946	1484,9	11182,2	2979	1111,1	9888,5	4012	848,8	8419,1	5045	1472,1	13471,2
914	665,8	5705,0	1947	1480,9	11087,5	2980	1125,4	10002,0	4013	870,7	8591,7	5046	1472,1	13488,4
915	660,2	5647,3	1948	1465,8	10927,0	2981	1127,4	10004,5	4014	845,2	8376,2	5047	1470,7	13507,3
916	662,1	5666,9	1949	1444,5	10808,5	2982	1130,2	10027,5	4015	876,1	8635,4	5048	1472,3	13534,9
917	662,3	5665,8	1950	1459,9	10789,3	2983	1130,5	10054,4	4016	909,7	8934,2	5049	1472,6	13511,2
918	665,2	5689,5	1951	1451,3	10687,9	2984	1130,5	10035,7	4017	888,7	8691,3	5050	1480,9	13596,0
919	666,6	5699,4	1952	1449,1	10765,5	2985	1143,2	10137,1	4018	899,2	8761,4	5051	1486,0	13649,7
920	665,7	5721,3	1953	1448,7	10847,4	2986	1161,7	10314,8	4019	873,6	8565,1	5052	1492,6	13712,2
921	665,1	5689,8	1954	1439,0	10808,2	2987	1166,2	10387,5	4020	879,7	8629,7	5053	1494,8	13779,3
922	670,7	5733,5	1955	1427,2	10631,3	2988	1164,9	10391,3	4021	868,6	8564,5	5054	1494,8	13825,3

923	667,0	5722,7	1956	1426,6	10628,4	2989	1164,1	10386,4	4022	913,2	8924,1	5055	1503,0	13896,0
924	663,9	5693,9	1957	1458,3	10824,1	2990	1162,9	10385,5	4023	904,4	8824,3	5056	1500,2	13881,9
925	666,4	5711,3	1958	1436,5	10650,9	2991	1173,5	10469,8	4024	885,3	8605,0	5057	1507,8	13954,4
926	664,8	5712,4	1959	1436,2	10700,1	2992	1184,2	10539,0	4025	887,9	8579,1	5058	1502,0	13910,4
927	657,4	5647,7	1960	1426,5	10719,7	2993	1183,8	10550,2	4026	871,6	8519,8	5059	1498,1	13860,6
928	652,0	5616,2	1961	1434,3	10784,5	2994	1175,4	10487,7	4027	863,2	8419,5	5060	1513,2	14009,8
929	654,7	5648,4	1962	1436,3	10724,9	2995	1181,9	10549,6	4028	868,2	8468,5	5061	1495,7	13880,1
930	655,6	5656,9	1963	1409,0	10596,5	2996	1183,6	10572,6	4029	872,8	8515,6	5062	1511,3	13979,3
931	649,4	5607,0	1964	1402,0	10568,4	2997	1170,3	10456,9	4030	869,4	8483,9	5063	1512,1	13986,5
932	655,7	5659,9	1965	1387,0	10524,4	2998	1177,2	10489,4	4031	890,6	8668,4	5064	1509,4	13944,1
933	663,8	5733,8	1966	1364,6	10413,8	2999	1176,9	10492,6	4032	903,3	8776,4	5065	1517,9	13993,0
934	663,8	5727,2	1967	1329,8	10034,6	3000	1181,8	10520,3	4033	931,8	9034,7	5066	1517,0	13971,2
935	667,3	5754,9	1968	1374,2	10192,2	3001	1182,7	10522,2	4034	927,5	8952,9	5067	1519,4	14018,7
936	671,2	5771,9	1969	1374,6	10238,8	3002	1178,6	10475,9	4035	934,7	9015,1	5068	1520,3	13982,9
937	680,5	5838,5	1970	1350,0	10089,7	3003	1173,8	10428,0	4036	906,7	8769,7	5069	1521,4	13973,4
938	684,0	5889,2	1971	1342,1	9975,0	3004	1191,4	10590,2	4037	909,7	8742,5	5070	1519,8	13981,8
939	682,9	5888,8	1972	1388,8	10143,0	3005	1190,3	10585,1	4038	890,4	8599,2	5071	1530,9	14035,7
940	681,5	5877,4	1973	1396,9	10226,6	3006	1191,2	10592,2	4039	870,3	8474,0	5072	1512,0	13927,5
941	683,0	5867,7	1974	1395,8	10271,7	3007	1190,3	10547,1	4040	871,8	8448,6	5073	1502,4	13880,6
942	687,0	5888,5	1975	1398,1	10393,1	3008	1177,1	10440,6	4041	842,6	8200,1	5074	1515,6	14000,6
943	686,5	5894,7	1976	1364,9	10326,5	3009	1182,8	10494,2	4042	843,7	8212,5	5075	1487,9	13784,2
944	685,6	5874,0	1977	1364,4	10380,1	3010	1189,2	10552,8	4043	850,1	8281,2	5076	1496,9	13900,1
945	685,8	5877,4	1978	1379,6	10590,6	3011	1188,0	10543,2	4044	805,2	7949,1	5077	1516,0	14075,4
946	685,9	5868,9	1979	1398,7	10835,8	3012	1198,7	10638,3	4045	840,2	8228,1	5078	1514,7	14054,5
947	686,2	5872,9	1980	1429,4	10971,1	3013	1203,4	10676,5	4046	827,5	8122,8	5079	1518,2	14089,7
948	687,3	5882,2	1981	1421,2	10899,5	3014	1205,7	10691,5	4047	832,0	8077,6	5080	1525,2	14127,8
949	689,1	5904,9	1982	1428,3	10880,5	3015	1203,2	10705,6	4048	836,6	8116,0	5081	1539,8	14253,8
950	694,0	5934,0	1983	1426,7	10818,0	3016	1194,2	10649,9	4049	845,7	8174,7	5082	1541,5	14296,2
951	692,8	5932,9	1984	1432,2	10977,2	3017	1194,7	10661,6	4050	874,1	8375,5	5083	1544,3	14329,5
952	701,5	5992,9	1985	1431,9	10952,2	3018	1205,5	10759,4	4051	845,1	8149,0	5084	1551,2	14397,1
953	703,3	5979,8	1986	1409,3	10907,1	3019	1209,6	10815,9	4052	825,9	8000,9	5085	1556,2	14447,3
954	700,6	5966,8	1987	1400,1	10834,3	3020	1210,1	10827,1	4053	825,4	7936,8	5086	1552,5	14450,1
955	696,7	5930,6	1988	1366,0	10603,0	3021	1204,9	10776,1	4054	838,5	8078,4	5087	1554,5	14455,3
956	694,6	5921,7	1989	1351,3	10517,3	3022	1213,5	10854,5	4055	832,2	7956,7	5088	1563,2	14539,1
957	700,7	5969,4	1990	1383,0	10681,1	3023	1213,5	10829,2	4056	845,9	8063,1	5089	1560,7	14514,1
958	703,5	6010,0	1991	1389,8	10707,6	3024	1213,6	10800,3	4057	868,6	8280,6	5090	1552,1	14452,1
959	702,6	6004,8	1992	1372,3	10656,0	3025	1211,9	10783,0	4058	869,9	8270,9	5091	1548,3	14455,8
960	704,4	6020,8	1993	1367,7	10629,9	3026	1202,1	10729,4	4059	827,2	7888,9	5092	1558,7	14511,7
961	707,0	6059,2	1994	1342,6	10462,7	3027	1188,1	10630,8	4060	833,7	7939,5	5093	1545,8	14421,5
962	710,8	6094,2	1995	1347,4	10494,5	3028	1183,7	10597,8	4061	835,2	7932,8	5094	1556,9	14512,0
963	709,9	6090,9	1996	1322,4	10399,3	3029	1187,9	10622,9	4062	826,8	7850,4	5095	1551,7	14447,8
964	706,6	6061,8	1997	1341,8	10470,2	3030	1186,2	10604,0	4063	789,2	7552,6	5096	1563,8	14559,7
965	707,3	6036,5	1998	1349,0	10546,1	3031	1190,3	10621,0	4064	788,4	7555,6	5097	1562,9	14526,2
966	702,3	5992,5	1999	1336,1	10507,6	3032	1183,0	10556,2	4065	778,9	7466,0	5098	1569,2	14578,5
967	700,9	6007,0	2000	1341,9	10629,1	3033	1187,7	10617,8	4066	770,1	7365,7	5099	1562,2	14572,9
968	697,3	5972,7	2001	1315,0	10414,5	3034	1177,5	10505,8	4067	743,3	7114,8	5100	1570,3	14662,0
969	701,5	6007,0	2002	1315,2	10373,5	3035	1184,5	10558,0	4068	773,1	7350,9	5101	1553,7	14550,4
970	700,9	5993,2	2003	1325,0	10560,1	3036	1196,0	10628,8	4069	764,9	7270,9	5102	1560,0	14606,1
971	705,3	6029,4	2004	1376,5	10898,7	3037	1184,6	10540,0	4070	752,8	7182,1	5103	1553,3	14565,3
972	703,8	6021,9	2005	1351,5	10664,4	3038	1175,4	10471,5	4071	735,1	7062,9	5104	1563,1	14613,5
973	706,7	6041,7	2006	1343,6	10617,4	3039	1167,9	10393,0	4072	700,8	6763,3	5105	1568,6	14673,5
974	714,1	6081,2	2007	1369,9	10712,9	3040	1163,8	10368,6	4073	696,3	6726,0	5106	1587,7	14802,2
975	724,6	6177,7	2008	1380,2	10725,8	3041	1168,4	10461,6	4074	712,9	6875,8	5107	1593,4	14865,1
976	727,7	6206,0	2009	1371,2	10768,3	3042	1174,1	10498,6	4075	682,6	6594,4	5108	1588,9	14865,1
977	730,8	6219,8	2010	1360,0	10794,4	3043	1174,6	10467,4	4076	683,4	6626,9	5109	1552,4	14599,2
978	731,9	6255,6	2011	1340,9	10675,0	3044	1171,4	10427,2	4077	676,5	6547,1	5110	1574,6	14756,8
979	729,6	6266,0	2012	1312,2	10435,0	3045	1181,3	10489,9	4078	719,6	6926,5	5111	1552,0	14618,6
980	731,1	6274,2	2013	1322,7	10645,4	3046	1189,4	10551,9	4079	721,4	6930,4	5112	1541,6	14537,1
981	735,9	6313,0	2014	1305,6	10584,4	3047	1193,2	10596,8	4080	750,7	7170,1	5113	1555,3	14547,5
982	737,6	6348,0	2015	1264,7	10318,9	3048	1189,9	10593,1	4081	756,6	7224,0	5114	1562,5	14567,2
983	737,0	6346,9	2016	1274,9	10487,3	3049	1203,0	10716,1	4082	753,9	7217,0	5115	1578,8	14719,5
984	742,2	6397,6	2017	1306,0	10635,6	3050	1201,7	10715,8	4083	778,1	7395,7	5116	1578,8	14676,3

985	744,0	6430,0	2018	1315,2	10692,4	3051	1202,3	10724,6	4084	794,4	7486,6	5117	1585,2	14700,8
986	742,8	6418,5	2019	1328,9	10803,2	3052	1192,0	10664,1	4085	784,0	7400,8	5118	1582,2	14712,6
987	748,7	6471,8	2020	1334,2	10868,8	3053	1197,0	10749,6	4086	768,5	7278,4	5119	1593,6	14818,8
988	757,0	6547,8	2021	1320,3	10786,9	3054	1205,3	10796,0	4087	822,9	7775,9	5120	1597,6	14839,8
989	756,0	6528,4	2022	1283,3	10646,2	3055	1206,1	10791,1	4088	806,1	7660,0	5121	1582,7	14701,0
990	755,0	6499,3	2023	1347,6	10945,8	3056	1210,1	10837,3	4089	813,9	7749,8	5122	1597,6	14831,6
991	757,0	6521,7	2024	1333,3	10912,4	3057	1210,3	10834,9	4090	832,9	7924,6	5123	1614,4	14974,0
992	756,6	6521,7	2025	1298,4	10662,0	3058	1200,8	10754,3	4091	815,9	7776,2	5124	1617,5	14968,9
993	748,3	6442,7	2026	1295,9	10621,4	3059	1201,6	10785,2	4092	787,5	7522,0	5125	1626,0	15056,2
994	745,1	6422,9	2027	1300,8	10572,6	3060	1184,2	10611,2	4093	797,9	7608,9	5126	1632,7	15105,1
995	744,4	6437,1	2028	1313,3	10604,3	3061	1190,8	10673,8	4094	811,1	7761,6	5127	1626,7	15082,6
996	739,6	6381,9	2029	1326,8	10609,6	3062	1200,2	10748,8	4095	834,4	7978,1	5128	1633,7	15118,5
997	749,8	6463,9	2030	1318,3	10525,4	3063	1211,4	10841,6	4096	842,5	8017,6	5129	1633,8	15091,7
998	747,5	6473,3	2031	1326,7	10652,7	3064	1203,6	10766,2	4097	835,5	7975,9	5130	1650,3	15215,3
999	740,7	6402,5	2032	1329,5	10584,3	3065	1210,4	10830,0	4098	815,6	7789,6	5131	1658,8	15275,7
1000	729,3	6303,7	2033	1348,0	10678,3	3066	1210,1	10812,0	4099	825,2	7837,1	5132	1650,5	15233,2
1001	728,6	6304,9	2034	1342,5	10587,6	3067	1210,5	10833,0	4100	856,6	8083,4	5133	1667,5	15354,4
1002	721,0	6268,3	2035	1342,9	10578,2	3068	1222,1	10940,6	4101	858,7	8057,8	5134	1666,3	15335,3
1003	726,0	6308,3	2036	1360,4	10649,8	3069	1225,3	10936,9	4102	841,5	7920,2	5135	1669,2	15387,6
1004	731,5	6346,8	2037	1364,3	10647,0	3070	1219,4	10912,6	4103	852,1	8029,6	5136	1655,4	15307,2
1005	745,8	6473,6	2038	1357,5	10729,5	3071	1207,0	10805,6	4104	865,3	8125,4	5137	1650,5	15294,5
1006	748,9	6484,4	2039	1355,0	10660,0	3072	1209,3	10851,5	4105	869,6	8131,3	5138	1649,6	15303,1
1007	746,9	6489,0	2040	1364,2	10702,2	3073	1200,1	10774,4	4106	832,4	7841,7	5139	1660,1	15409,4
1008	751,0	6522,8	2041	1373,7	10881,2	3074	1206,8	10804,5	4107	850,1	7969,6	5140	1648,4	15302,8
1009	755,8	6546,7	2042	1366,0	10887,4	3075	1197,8	10745,1	4108	843,6	7886,6	5141	1654,4	15324,5
1010	756,8	6560,9	2043	1373,5	10983,6	3076	1188,1	10633,1	4109	851,9	7957,1	5142	1630,7	15115,6
1011	753,9	6549,4	2044	1349,5	10864,1	3077	1190,2	10626,4	4110	866,2	8076,3	5143	1640,4	15254,0
1012	740,7	6448,3	2045	1354,3	10965,9	3078	1189,7	10629,7	4111	857,5	8025,0	5144	1631,4	15177,5
1013	737,0	6442,5	2046	1352,3	10957,4	3079	1183,8	10565,4	4112	855,2	8017,0	5145	1608,9	14960,6
1014	748,0	6544,1	2047	1340,9	10946,7	3080	1171,7	10470,5	4113	873,6	8185,7	5146	1622,6	15040,6
1015	747,7	6567,2	2048	1332,5	10880,6	3081	1172,5	10456,0	4114	872,8	8168,1	5147	1643,4	15248,1
1016	753,2	6600,7	2049	1314,8	10781,5	3082	1171,4	10442,9	4115	877,5	8212,4	5148	1642,8	15238,6
1017	748,4	6549,5	2050	1330,3	10946,8	3083	1174,3	10485,7	4116	907,2	8426,7	5149	1626,1	15122,0
1018	754,9	6625,7	2051	1318,8	10903,3	3084	1165,4	10405,7	4117	903,8	8410,7	5150	1612,5	14995,2
1019	759,5	6703,8	2052	1315,9	10795,4	3085	1181,4	10540,9	4118	919,5	8512,3	5151	1636,4	15176,1
1020	759,5	6709,2	2053	1326,6	10891,0	3086	1180,6	10503,8	4119	907,4	8409,9	5152	1626,7	15070,2
1021	768,9	6762,3	2054	1301,5	10799,8	3087	1172,9	10404,3	4120	929,2	8574,7	5153	1639,0	15179,9
1022	767,2	6726,9	2055	1278,9	10730,9	3088	1176,1	10421,1	4121	909,2	8418,8	5154	1651,8	15318,2
1023	769,8	6765,4	2056	1255,3	10526,6	3089	1181,4	10458,5	4122	908,4	8469,1	5155	1628,9	15112,2
1024	776,2	6833,1	2057	1252,8	10526,8	3090	1184,1	10486,0	4123	883,9	8284,9	5156	1588,2	14758,3
1025	776,7	6843,9	2058	1245,9	10441,9	3091	1191,1	10546,3	4124	893,1	8331,3	5157	1592,4	14799,4
1026	782,7	6883,9	2059	1267,7	10642,5	3092	1181,2	10461,3	4125	882,9	8268,6	5158	1573,1	14659,6
1027	786,2	6850,0	2060	1257,9	10636,9	3093	1181,2	10448,6	4126	909,7	8504,1	5159	1588,0	14760,3
1028	777,6	6755,7	2061	1239,9	10495,3	3094	1187,8	10508,0	4127	908,1	8474,9	5160	1603,3	14910,1
1029	770,5	6696,5	2062	1241,2	10450,1	3095	1173,8	10403,9	4128	903,5	8422,0	5161	1613,2	15024,5
1030	765,0	6660,7	2063	1234,2	10466,3	3096	1162,1	10278,8	4129	888,3	8292,1	5162	1606,3	14909,6
1031	765,0	6656,1	2064	1241,4	10562,3	3097	1142,6	10087,5	4130	887,0	8277,3			
1032	772,5	6740,7	2065	1253,8	10591,2	3098	1146,0	10071,3	4131	910,3	8473,5			
1033	784,2	6823,9	2066	1261,9	10729,6	3099	1152,8	10127,4	4132	893,1	8300,0			